

# PENGGUNAAN METODE SLOPE DEFLECTION PADA STRUKTUR PORTAL BERGOYANG STATIS TAK TENTU DENGAN KEKAKUAN YANG TIDAK MERATA DALAM SATU BALOK DAN KOLOM

Jemy Wijaya dan Fanywati Itang

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Tarumanagara

e-mail: jemyw@ft.untar.ac.id

## ABSTRACT

*Various method which can be used to analyze the statically indeterminate beam with beam's difference stiffness EI is a Slope Deflection method, Consistent Deformation method, Clayperon method, Cross method and Matrix. In this paper the Slope Deflection method will be discussed in the completion of statically indeterminate swaying portal with a difference of the beam's stiffness EI in beam and column. In the application of the Slope Deflection method, there are somethings that should be known in advance which is round the corner at a point and moment magnitude of the primary (fixed end moment) at the ends of the beam due to external loads and sway movement.*

**Keywords:** slope, fixed end moment, portal.

## ABSTRAK

*Berbagai metode yang dapat dipakai dalam menganalisis struktur statis tak tentu antara lain metode Slope Deflection, metode Consistent Deformation, Metode Clayperon, Metode Cross dan Matriks. Dalam tulisan ini akan dibahas penggunaan metode Slope Deflection dalam penyelesaian struktur portal bergoyang statis tak tentu dengan kekakuan yang tidak merata dalam satu balok dan kolom. Pada penggunaan metode Slope Deflection, ada beberapa hal yang harus diketahui terlebih dahulu yaitu putaran sudut (slope) pada suatu titik akibat momen yang bekerja dan besaran momen primer (fixed end moment) pada ujung-ujung balok akibat beban-beban luar yang bekerja dan akibat pergoyangan.*

**Kata kunci:** putaran sudut, momen primer, portal.

## PENDAHULUAN

Pada tahun 1914, George A. Maney [1] memperkenalkan Metode Slope Deflection yang merupakan suatu metode dalam penyelesaian analisis struktur balok kontinu dan kerangka kaku statis tak tentu.

Pada hakekatnya metode ini merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persamaan-persamaan serempak didalam metode defleksi (displacement method) dengan ketelitian yang cukup baik.

Metode ini bisa juga dipakai untuk menyelesaikan struktur statis tak tentu pada balok atau kolom yang mempunyai kekakuan yang tidak merata.

## ANALISIS STRUKTUR METODE SLOPE DEFLECTION

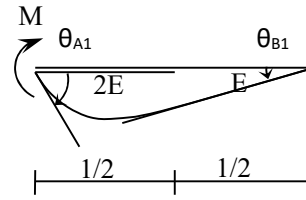
Pada metode Slope Deflection ini ada beberapa anggapan-anggapan yang

harus dipenuhi yaitu [2]:

- Titik hubungan kaku (tidak berubah sudut).
- Deformasi/perputaran sudut/perpindahan titik hubungan terjadi secara keseluruhan (sudut-sudut antara batang-batang tetap besarnya setelah mengalami deformasi).
- Deformasi axial/normal diabaikan.
- Bahan dianggap linier elastis sehingga berlaku hukum Hooke dan hukum superposisi.
- Dalam perencanaan perhitungan, mula-mula semua perletakan dianggap sebagai jepit walaupun perletakan itu sendi atau rol.

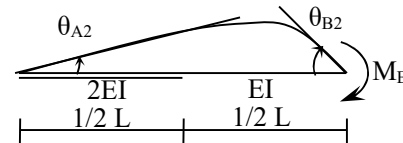
Dalam perhitungan dengan metode Slope Deflection harus dipatuhi perjanjian tanda yaitu sebagai berikut [3] [4]:

- Momen ujung (FEM) positif (+), bila searah jarum jam (momen ujung pada keadaan freebody).
- Rotasi/Perputaran sudut positif bila searah jarum jam.
- Displacement/perpindahan positif bila searah jarum jam (sudut yang terbentuk oleh perpindahan terukur dari sumbu batang mula-mula ke sumbu batang baru setelah deformasi), kasus ini terjadi pada perletakan yang dapat turun seperti perletakan pegas atau untuk portal yang bisa bergoyang.



Gambar 1. Struktur dengan kekakuan balok 2EI dan EI diberi beban momen  $M_A$  di titik A

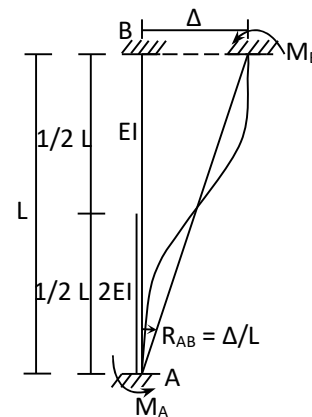
$$\theta_{A1} = \frac{3M_A L}{16EI} (+) \quad \theta_{B1} = \frac{M_A L}{8EI} (-)$$



Gambar 2. Struktur dengan kekakuan balok 2EI dan EI diberi beban momen  $M_B$  di titik B

$$\theta_{A2} = \frac{M_B L}{8EI} (-) \quad \theta_{B2} = \frac{5M_B L}{16EI} (+)$$

Akibat pergoyangan, didapat hasil sebagai berikut:



Gambar 3. Struktur dengan kekakuan balok 2EI dan EI akibat pergoyangan sebesar  $\Delta$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Analisis Freebody dan gambar bidang Momen, Lintang dan Normal

Analisis freebody dilakukan untuk menghitung besar reaksi perletakan akibat beban luar dan momen ujung pada setiap balok.

Langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut:

- Nyatakan struktur dalam bentuk batang-batang yang bebas.
- Hitung besarnya reaksi perletakan setiap ujung balok akibat beban luar dan momen ujung yang telah diperoleh.
- Jumlahkan semua hasil perhitungan langkah b. untuk memperoleh besarnya reaksi perletakan total.
- Dengan data-data pada langkah b, hitung Momen maksimum yang terjadi pada setiap balok.
- Gambar bidang Momen, Lintang dan Normal.

### Penurunan rumus

Penurunan rumus metode Slope Deflection perlu dilakukan untuk balok/kolom dengan kekakuan tidak merata [5], [6], [7].

$$1. \theta_A = \theta_{AB} = 0$$

$$-\frac{3M_A L}{16EI} + \frac{M_B L}{8EI} + \frac{\Delta}{L} = 0$$

$$2. \theta_B = \theta_{BA} = 0$$

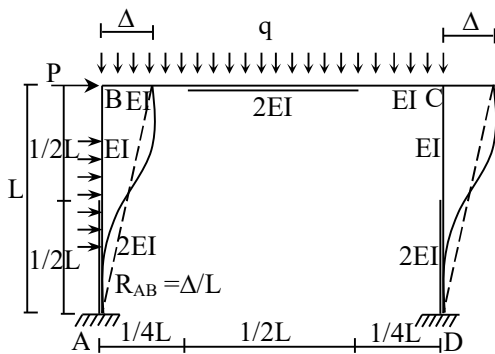
$$\frac{M_A L}{8EI} - \frac{5M_B L}{16EI} + \frac{\Delta}{L} = 0$$

Dari kedua persamaan ini didapat hubungan:

$$M_A = \frac{7}{5} M_B$$

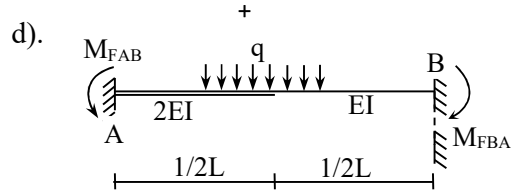
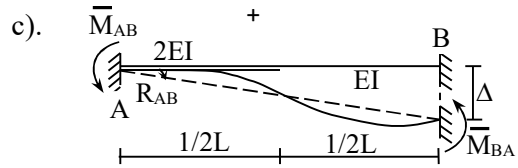
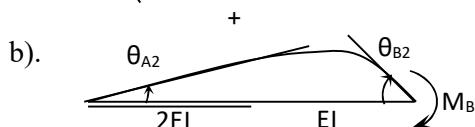
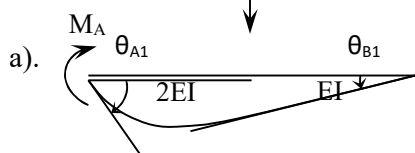
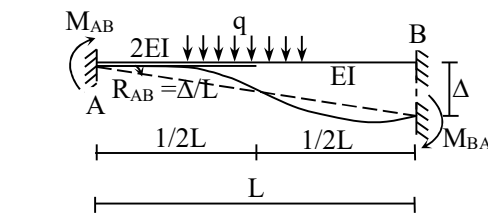
Bila angka ini disubstitusi kedalam persamaan didapat hasil sebagai berikut:

$$M_A = \frac{112EI\Delta}{11L^2} (-) \quad M_B = \frac{80EI\Delta}{11L^2} (-)$$



Gambar 4. Struktur Portal dengan kekakuan balok 2EI dan EI dengan beban q

**Tinjauan bagian kolom AB**



Dari kondisi a) didapat hubungan:

$$\theta_{A1} = \frac{3M_A L}{16EI} (+) \quad \theta_{B1} = \frac{M_A L}{8EI} (-)$$

Dari kondisi b) didapat hubungan:

$$\theta_{A2} = \frac{M_B L}{8EI} (-) \quad \theta_{B2} = \frac{5M_B L}{16EI} (+)$$

$$\theta_{A_{total}} = \theta_{A1} + \theta_{A2} = \frac{3M_A L - 2M_B L}{16EI} \dots(i)$$

$$\theta_{B_{total}} = \theta_{B1} + \theta_{B2} = \frac{-2M_A L + 5M_B L}{16EI} \dots(ii)$$

**Besaran momen akibat putaran sudut**

Dari persamaan (i) dan (ii) didapat hasil sebagai berikut:

$$M_A = \frac{80EI}{11L} \theta_A + \frac{32EI}{11L} \theta_B$$

$$M_B = \frac{32EI}{11L} \theta_A + \frac{48EI}{11L} \theta_B$$

Besaran momen akibat pergoyangan lihat kondisi c) didapat hubungan:

$$\bar{M}_{AB} = \frac{112EI\Delta}{11L^2} (-) \quad \bar{M}_{BA} = \frac{80EI\Delta}{11L^2} (-)$$

Rumus slope deflection untuk balok dengan kekakuan tidak merata dalam satu balok adalah:

$$M_{AB} = \frac{80EI}{11L} \theta_A + \frac{32EI}{11L} \theta_B - \frac{112EI\Delta}{11L^2} + M_{FAB}$$

$$= \frac{8EI}{11L} (10\theta_A + 4\theta_B - 14 \frac{\Delta}{L}) + M_{FAB}$$

$$M_{AB} = \frac{8EI}{11L} (10\theta_A + 4\theta_B - 14 R_{AB}) + M_{FAB}$$

$$M_{BA} = \frac{32EI}{11L} \theta_A + \frac{48EI}{11L} \theta_B - \frac{80EI\Delta}{11L^2} + M_{FBA}$$

$$= \frac{8EI}{11L} (4\theta_A + 6\theta_B - 10 \frac{\Delta}{L}) + M_{FBA}$$

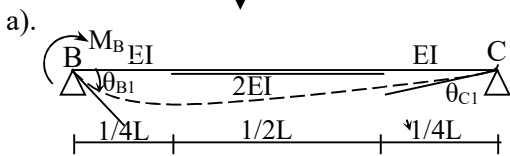
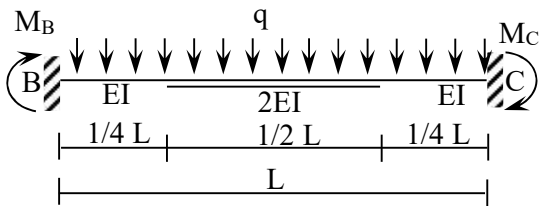
$$M_{BA} = \frac{8EI}{11L} (4\theta_A + 6\theta_B - 10 R_{BA}) + M_{FBA}$$

$$R_{AB} = R_{BA} = R = \frac{\Delta}{L}$$

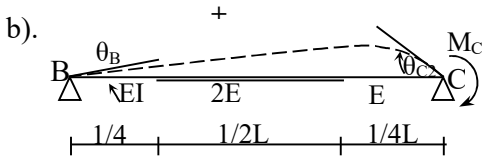
$$M_{AB} = \frac{8EI}{11L} (10\theta_A + 4\theta_B - 14 R) + M_{FAB}$$

$$M_{BA} = \frac{8EI}{11L} (4\theta_A + 6\theta_B - 10 R) + M_{FBA}$$

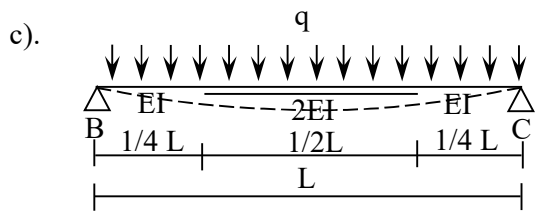
**Tinjauan bagian balok BC**



$$\theta_{B1} = \frac{17M_B L}{64EI} (+) \quad \theta_{C1} = \frac{7M_B L}{64EI} (-)$$



$$\theta_{B2} = \frac{7M_C L}{64EI} (-) \quad \theta_{C2} = \frac{17M_C L}{64EI} (+)$$



$$\theta_B = \frac{7}{256} \frac{qL^3}{EI} \quad \theta_C = -\frac{7}{256} \frac{qL^3}{EI}$$

**Besaran momen akibat putaran sudut**

$$\theta_{Btotal} = \theta_{B1} + \theta_{B2} = \frac{17M_B L - 7M_C L}{64EI} \dots (i)$$

$$\theta_{Ctotal} = \theta_{C1} + \theta_{C2} = \frac{-7M_B L + 17M_C L}{64EI} \dots (ii)$$

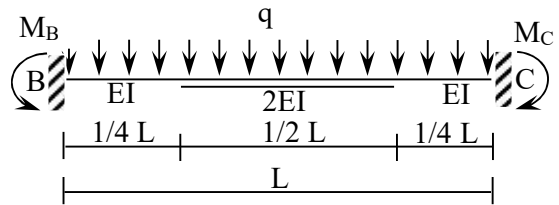
Dari kedua persamaan (i) dan (ii) diperoleh:

$$M_B = \frac{4EI}{15L} (17\theta_B + 7\theta_C)$$

$$M_C = \frac{4EI}{15L} (7\theta_B + 17\theta_C)$$

**Mencari Fixed and Moment**

Lihat kondisi a), b) dan c)



$$\theta_{BTotal} = 0$$

$$-\frac{17M_B L}{64EI} - \frac{7M_C L}{64EI} + \frac{7}{256} \frac{qL^3}{EI} = 0$$

$$-68 M_B - 28 M_C + 7qL^2 = 0$$

$$\theta_{CTotal} = 0$$

$$\frac{17M_C L}{64EI} + \frac{7M_B L}{64EI} - \frac{7}{256} \frac{qL^3}{EI} = 0$$

$$68 M_C + 28 M_B - 7qL^2 = 0$$

Dari kedua persamaan di atas didapat hasil sebagai berikut:

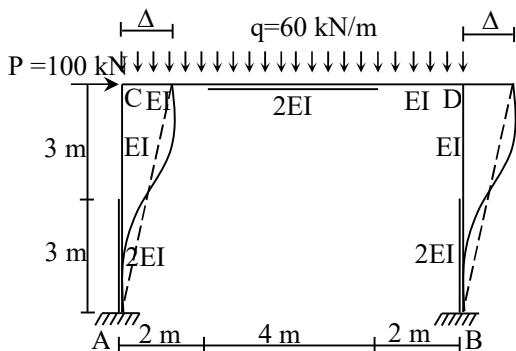
$$M_B = M_C = \frac{7}{96} qL^2$$

Rumus slope deflection untuk balok dengan kekakuan tidak merata dalam satu balok adalah

$$M_B = \frac{4EI}{15L}(17\theta_B + 7\theta_C) - \frac{7}{96}qL^2$$

$$M_C = \frac{4EI}{15L}(7\theta_B + 17\theta_C) + \frac{7}{96}qL^2$$

**Contoh perhitungan**



$$M_{AC} = \frac{8EI}{11L}(10\theta_A + 4\theta_C - 14R_{AC}) + M_{FAC}$$

$$M_{AC} = \frac{8EI}{11(6)}(0 + 4\theta_C - 14\frac{\Delta}{6}) + 0$$

$$M_{AC} = 0.484848 EI \theta_C - 0.282828 EI \Delta$$

$$M_{CA} = \frac{8EI}{11L}(4\theta_A + 6\theta_C - 10R_{CA}) + M_{FCA}$$

$$M_{CA} = \frac{8EI}{11(6)}(0 + 6\theta_C - 10\frac{\Delta}{6}) + 0$$

$$M_{CA} = 0.727273 EI \theta_C - 0.20202 EI \Delta$$

$$M_{CD} = \frac{4EI}{15L}(17\theta_C + 7\theta_D) + M_{FCD}$$

$$M_{CD} = \frac{4EI}{15(8)}(17\theta_C + 7\theta_D) - \frac{7}{96}(60)(8)^2$$

$$M_{CD} = 0.56667 EI \theta_C + 0.23333 EI \theta_D - 280$$

$$M_{DC} = \frac{4EI}{15L}(7\theta_C + 17\theta_D) + M_{FDC}$$

$$M_{DC} = \frac{4EI}{15(8)}(7\theta_C + 17\theta_D) + \frac{7}{96}(60)(8)^2$$

$$M_{DC} = 0.23333 EI \theta_C + 0.56667 EI \theta_D + 280$$

$$M_{DB} = \frac{8EI}{11L}(4\theta_B + 6\theta_D - 10R_{DB}) + M_{FDB}$$

$$M_{DB} = \frac{8EI}{11(6)}(0 + 6\theta_D - 10\frac{\Delta}{6}) + 0$$

$$M_{DB} = 0.727273 EI \theta_D - 0.20202 EI \Delta$$

$$M_{BD} = \frac{8EI}{11L}(10\theta_B + 4\theta_D - 14R_{BD}) + M_{FBD}$$

$$M_{BD} = \frac{8EI}{11(6)}(0 + 4\theta_D - 14\frac{\Delta}{6}) + 0$$

$$M_{BD} = 0.484848 EI \theta_D - 0.282828 EI \Delta$$

**Syarat batas:**

1.  $M_{CA} + M_{CD} = 0 \quad EI = 1$

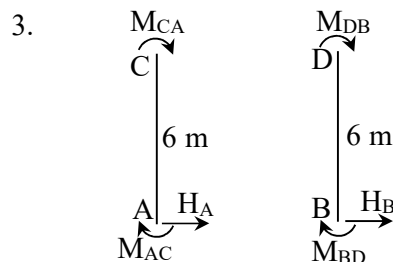
$$1.29394 EI \theta_C + 0.23333 EI \theta_D - 0.20202 EI \Delta - 280 = 0$$

$$\theta_C + 0.180327\theta_D - 0.156128\Delta = 216.393341 \dots (i)$$

2.  $M_{DC} + M_{DB} = 0 \quad EI = 1$

$$0.23333 EI \theta_C + 1.29394 EI \theta_D - 0.20202 EI \Delta + 280 = 0$$

$$\theta_C + 5.54546\theta_D - 0.865801\Delta = -1200.001714 \dots (ii)$$



$$H_A = \frac{M_{AC} + M_{CA}}{6}$$

$$H_A = \frac{1.212121 EI \theta_C - 0.484848 EI \Delta}{6}$$

$$H_B = \frac{M_{BD} + M_{DB}}{6}$$

$$H_B = \frac{1.212121 EI \theta_D - 0.484848 EI \Delta}{6}$$

$$\Sigma H = 0$$

$$H_A + H_B + P = 0$$

$$1.2121 EI \theta_C + 1.2121 EI \theta_D - 0.9696 EI \Delta = -600$$

$$\theta_C + \theta_D - 0.8 \Delta = -495.000087 \dots \dots (iii)$$

Dari persamaan (i), (ii) dan (iii) didapat:

$$\Delta = \frac{924.454511}{EI}$$

$$\theta_D = -\frac{141.717768}{EI}$$

$$\theta_C = \frac{386.281290}{EI}$$

Nilai-nilai  $\Delta$ ,  $\theta_C$  dan  $\theta_D$  disubstitusikan kembali ke persamaan diperoleh:

$$M_{AC} = -74.1739 \text{ kNm}$$

$$M_{CA} = 94.1736 \text{ kNm}$$

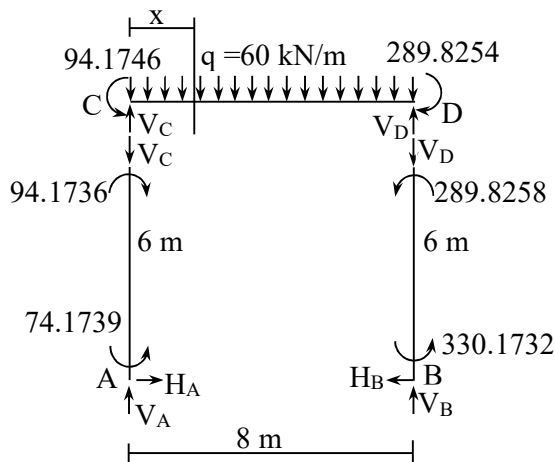
$$M_{CD} = -94.1746 \text{ kNm}$$

$$M_{DC} = 289.8254 \text{ kNm}$$

$$M_{DB} = -289.8258 \text{ kNm}$$

$$M_{BD} = -330.1732 \text{ kNm}$$

**Reaksi perletakan**



**Balok CD**

$$V_C = \frac{1}{2}(60)(8) + \frac{94.1746 - 289.8254}{8}$$

$$V_C = 215.54365 \text{ kN}$$

$$V_D = \frac{1}{2}(60)(8) + \frac{289.8254 - 94.1746}{8}$$

$$V_D = 264.45635 \text{ kN}$$

**Kolom AC**

$$H_A = \frac{94.1746 - 74.1739}{6} = 3.3333 \text{ kN}$$

$$H_B = \frac{330.1732 + 289.8258}{6} = 103.3332 \text{ kN}$$

$$V_A = V_C = 215.54365 \text{ kN}$$

$$V_B = V_D = 264.45635 \text{ kN}$$

**Gaya dalam**

$$Lx = V_C - q x = 215.54365 - 60 x = 0$$

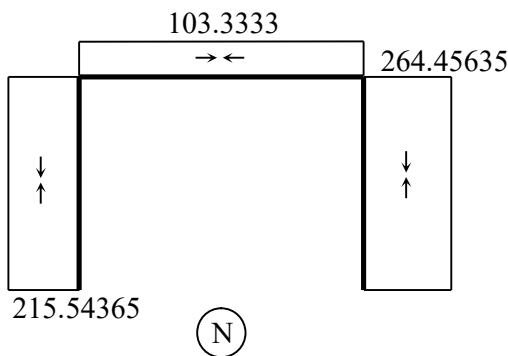
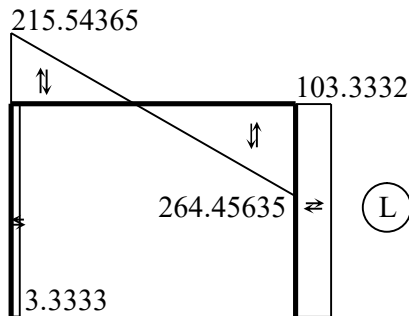
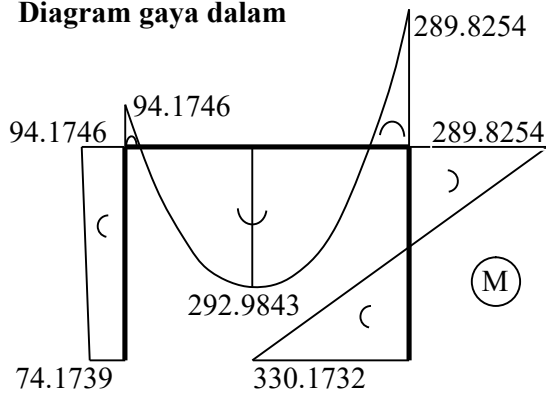
$$x = 3.5924 \text{ m}$$

$$Mx = V_C x - 1/2 q x^2 - M_{CD}$$

$$= 215.54365 (3.5924) - 30 (3.5924)^2 - 94.1746$$

$$M_{maks} = 292.9843 \text{ kNm}$$

**Diagram gaya dalam**



Besaran putaran sudut pada titik ujung pertemuan harus dicari terlebih dahulu untuk mendapatkan besar momen primer/Fixed End Moment, begitu juga besaran momen akibat pengaruh pergoyangan.

- Penyelesaian perhitungan dapat menggunakan ilmu matematika yaitu teori Gauss, cara eliminasi atau bisa menggunakan kalkulator program.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Slope Deflection [http://en.wikipedia.org/wiki/slope\\_deflection\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/slope_deflection_method)
- A.Ghali, A.M. Neville (1978), *Structural Analysis, A Unified Classical and Matrix Approach*, London Chapman and Hall,.
- Anthony E. Armenakas (1988), *Classical Structural Analysis, A Modern Approach*, McGraw Hill International Editions.
- C.K.Wang (1985), *Intermediate Structural Analysis*, Mc Graw Hill International Book Company,.
- Fanywati Itang (2013), "Penggunaan Metode Clapeyron Pada Balok dengan Kekakuan yang berbeda" *Jurnal Teknik Universitas Pancasila* Volume 26 Nomor 1.
- Jemy Wijaya, Fanywati Itang (2013), "Penggunaan Metode Cross Pada Balok dengan Kekakuan Tidak Merata" *Jurnal Kajian Teknologi* Volume 9 Nomor 3.
- Jemy Wijaya, Fanywati Itang (2014), "Penggunaan Metode Slope Deflection Pada Struktur Statis Tak Tentu dengan Kekakuan yang Tidak Merata dalam Satu Balok" *Jurnal Kajian Teknologi* Volume 10 Nomor 2.

**KESIMPULAN**

- Hasil yang didapat dengan metode Slope Deflection ini sangat akurat.
- Penurunan rumus metode Slope Deflection untuk portal bergoyang perlu dilakukan terlebih dahulu jika setiap ada perubahan kekakuan dalam satu balok dan kolom.
- Metode Slope Deflection bisa digunakan pada struktur portal bergoyang dengan kekakuan yang berbeda dalam satu balok dan kolom.