

# SIMULASI NUMERIK FENOMENA *SINGLE DROPLET* MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA DAN *FRONT-TRACKING*

Dondi Kurniawan<sup>3,a)</sup>, Eko Budiana<sup>2,b)</sup>, Deendarlianto<sup>1,c)</sup> dan Indarto<sup>1,d)</sup>

<sup>1)</sup>Departemen Teknik Mesin dan Industri Fakultas Teknik, UGM

<sup>2)</sup>Program Studi S-3 Teknik Mesin, Departemen Teknik Mesin dan Industri, UGM

<sup>3)</sup>Program Studi S-2 Teknik Mesin, Departemen Teknik Mesin dan Industri, UGM

Jl. Grafika No. 2 Yogyakarta 55281

e-mail: <sup>a)</sup>dondikurniawan@gmail.com, <sup>b)</sup>budiana.e@gmail.com,

<sup>c)</sup>deendarlianto@ugm.ac.id, <sup>d)</sup>indarto@ugm.ac.id

**Abstract:** A numerical simulation of single droplet phenomena is conducted using a finite volume method. Interface between different phases is tracked by using a front-tracking method. Governing equations used in present paper consist of the continuity equation, the Navier-Stokes equation and the front-tracking equation. The unsteady Navier-Stokes equations are solved implicitly using the finite volume method on staggered mesh. The interfacial term such as surface tension is negligible and the viscosity of the fluid is considered equal. The completion of pressure term is solved by Successive Over-Relaxation (SOR) method. The validation of present paper result is conducted by comparing to Tryggvasson (2012) result using explicit scheme. The advantage of this research is using implicit scheme that is unconditional stable. This research is the initial step to model a single droplet impact on solid surface. In this research will be discussed representation of interface and dynamics of interface reconstruction. Finite volume and front-tracking methods are expected to perform the problem well for more complete case.

**Keywords:** numerical simulation, droplet, finite volume, implicit, front-tracking

## PENDAHULUAN

*Single droplet* adalah tetesan tunggal air yang bertumbukan pada suatu permukaan dengan memiliki tujuan tertentu. Sayangnya kejadian ini berlangsung dengan sangat cepat sehingga sulit untuk diamati dengan kasat mata sehingga diperlukan metode khusus untuk mengamatinya. Proses fisik antarmuka dari dua fluida terjadi pada skala waktu dan jarak yang kecil dimana peralatan eksperimen tidak mampu sepenuhnya mengamati fenomena ini. Selain itu, kurangnya akses terhadap bidang kecepatan dan tekanan, hasil percobaan terbatas terutama pada hasil kualitatif, seperti mode pecah atau *breakup*. Untuk studi analitis, banyaknya perkiraan dan asumsi yang diperlukan dan itu tidak efektif dalam mewakili kompleksitas dan pergerakan tak tunak atau *unsteady* dari *droplet* [1]. Sampai saat ini simulasi numerik masih menjadi metode yang umum dan mungkin merupakan cara terbaik untuk mengetahui secara mendalam mengenai fenomena antar muka aliran multi-fase [2].

Salah satu metode untuk mengamati pergerakan *droplet* adalah dengan simulasi numerik menggunakan metode *front-tracking*. Metode *front-tracking* adalah salah satu metode untuk melacak antarmuka (*interface*) antara *droplet* dan fluida yang berkontak yang didasarkan dengan membentuk persamaan yang mengikuti letak antarmuka dari posisi terjadinya lonjakan densitas (*density jump*). Metode ini memiliki tingkat akurasi lebih tinggi dibandingkan dengan metode lainnya di dalam melacak antarmuka dengan tetap menjaga sifat kekekalan massa dan momentum. Penelitian ini merupakan langkah awal memodelkan pergerakan *single droplet* yang menumbuk permukaan.

Metode *front-tracking* dikembangkan pertama kali oleh Unverdi dan Tryggvason [3] untuk melacak antarmuka pemisah fluida yang berkontak dengan metode beda hingga. Penyelesaian persamaan diatur dilakukan secara eksplisit. Untuk kasus dengan viskositas dan tegangan permukaan yang tinggi, resolusi minimal yang digunakan untuk fenomena *single bubble* 3 dimensi yaitu dengan ukuran grid  $16^3$ . Untuk beberapa *bubble*, dapat dilakukan dengan grid  $64^3$  dan  $128^3$  dan seterusnya.

Tryggvason *et al* [4] melakukan simulasi numerik untuk beberapa aplikasi multi-fase dengan metode *front-tracking* dengan skema eksplisit. Hasilnya bahwa metode *front-tracking*

skema eksplisit tidak hanya mengurangi *error* yang terkait dengan adveksi dari fungsi *Marker* dan perhitungan tegangan permukaan, tetapi fleksibilitas metode *tracking* penting untuk aplikasi kasus dimana fisika antarmuka kompleks harus diperhitungkan. Tryggvason [5] memodelkan fenomena *single droplet* yang menumbuk permukaan dengan menggunakan metode volume hingga. Letak antarmuka pemisah dilacak dengan metode *front-tracking*. Penyelesaian persamaan atur dilakukan dengan skema eksplisit. Saat *droplet* menumbuk permukaan terjadi fenomena *spreading*, *recoiling* dan *bouncing up*. Simulasi numerik metode ini mampu dengan baik memodelkan fenomena *droplet* menumbuk permukaan.

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan fenomena *single droplet* menggunakan metode volume hingga skema implisit. Letak antarmuka fluida yang berkontak dilacak dengan metode *front-tracking*. Suku kecepatan dari persamaan *Navier-Stokes* diselesaikan secara implisit metode *fractional step*. Suku tekanan diselesaikan menggunakan metode *line successive over-relaxation* (LSOR).

### Model Matematika

Persamaan atur untuk kasus *single droplet* tak tunak dan tak mampat adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu_o \nabla^2 \mathbf{u} + g_x \quad (2)$$

Dan

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v}\mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu_o \nabla^2 \mathbf{v} + g_y \quad (3)$$

dimana  $\mathbf{u}$  dan  $\mathbf{v}$  adalah kecepatan,  $\rho$  adalah densitas,  $\mu$  adalah viskositas dinamis dan  $g_x$  dan  $g_y$  adalah *source term*. Densitas akan berubah bertahap dari satu lokasi ke lokasi lain, tetapi densitas dari masing-masing partikel fluida tetap konstan. Persamaan perubahan densitas adalah,

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0, \quad (4)$$

Sifat material seperti densitas dan viskositas adalah konstan,  $\rho = \rho_l$ ,  $\mu = \mu_l$  untuk fase liquid dan  $\rho = \rho_g$ ,  $\mu = \mu_g$  untuk fase gas. Kondisi tersebut akan mengalami lonjakan di *interface*. Jika densitas dari setiap fase dianggap konstan, maka dapat ditulis dalam fungsi *Heaviside*,

$$\rho = \rho_1 H + (1 - H)\rho_2 \quad (5)$$

di sini  $\rho_1$  adalah densitas dimana  $H = 1$  dan  $\rho_2$  adalah densitas dimana  $H = 0$ . Gradien densitas dapat ditulis menjadi,

$$\nabla \rho = (\rho_1 - \rho_2) \nabla H = \Delta \rho \mathbf{n} \delta(n) \quad (6)$$

dimana

$$\Delta \rho = (\rho_1 - \rho_2) \text{ adalah lonjakan densitas yang terjadi di } interface \text{ dan}$$

$$\nabla H = \delta(n) \mathbf{n} = \delta(x - x') \delta(y - y') \mathbf{n}.$$

## METODE PENELITIAN

### Metode Numerik

Pemodelan pergerakan *single droplet* dilakukan dengan menyelesaikan persamaan *navier-stokes* dengan menggunakan program *Matlab R2013*.

### Kondisi Numerik

*Droplet* menumbuk permukaan dimodelkan pada penelitian ini dengan kondisi  $(d_d, v_o, \theta, grid) = (0,2 \text{ mm}, 0,2 \text{ m/s}, 90^\circ, 32 \times 32)$ . Domain komputasi yang digunakan berukuran  $1 \times 1$ . *Droplet* diposisikan pada  $x = 0,5$  dan  $y = 0,7$  pada domain komputasi. Langkah waktu perhitungan pada penelitian ini yaitu  $1,25 \times 10^{-3}$ . Bidang densitas ditampilkan dalam plot 3D dengan variasi ukuran *grid*  $16^2$ ,  $32^2$  dan  $64^2$ .

### Diskretisasi Spasial

Diskretisasi persamaan *Navier-Stokes* didasarkan pada *grid* jenis *staggered*. Nilai skalar seperti suku tekanan dan densitas terletak di tengah volume atur, sedangkan suku kecepatan terletak di muka volume atur. Diskretisasi spasial persamaan atur dilakukan dengan metode volume hingga skema implisit. Pertama, suku kecepatan dihitung terlebih dahulu tanpa mempertimbangkan suku tekanan,

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -(\nabla \cdot \mathbf{u}\mathbf{u})^* + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho^n} (\mu_o \nabla^2 \mathbf{u})^* \quad (7)$$

kemudian menambahkan suku tekanan,

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{\nabla_h p}{\rho^n} \quad (8)$$

dimana  $\nabla_h$  adalah versi diskretisasi untuk operator del atau nabla,  $\Delta t$  adalah perubahan waktu  $\mathbf{u}$  vektor kecepatan. Dengan mengambil *divergence* dari persamaan (8) dan menggunakan kondisi incompressibilitas  $\nabla_h \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$ . Maka persamaan Poisson untuk tekanan menjadi,

$$\nabla_h \cdot \left( \frac{1}{\rho^n} \nabla_h p \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla_h \cdot \mathbf{u}^* \quad (9)$$

penyelesaian suku kecepatan (persamaan 7) dilakukan menggunakan metode *Fractional Step* yang lebih lanjut dapat dilihat pada literatur [6]. Persamaan kecepatan koreksi (persamaan 8) untuk arah x adalah sebagai berikut,

$$u^{n+1} = u^* - \frac{\Delta t}{\frac{1}{2}(\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n)} \frac{(p_{i+1} - p_{i,j})}{\Delta x} \quad (10)$$

untuk kecepatan arah y tinggal menggantikan variabel  $\mathbf{u}$  menjadi  $\mathbf{v}$ .

### Persamaan Tekanan

Persamaan tekanan diturunkan dengan mensubstitusikan persamaan (10) ke dalam persamaan kontinuitas  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  dan menggunakan metode iterasi LSOR adalah sebagai berikut,

$$\mathbf{A} p_{i+1}^{k+1} + \mathbf{B} p_{i,j}^{k+1} + \mathbf{C} p_{i-1,j}^{k+1} = \mathbf{D} \quad (11)$$

dimana,

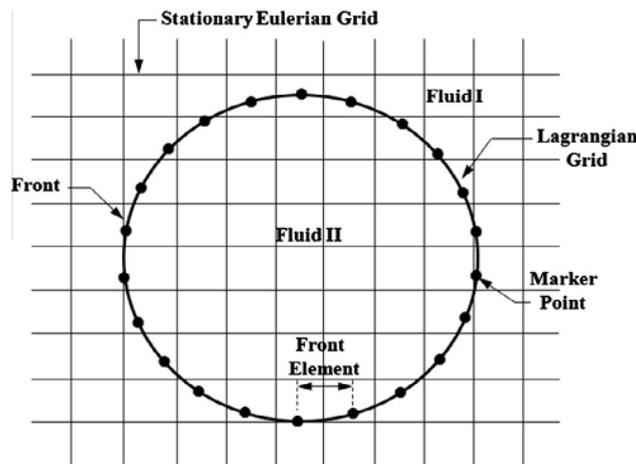
$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \left( -\frac{\beta}{\Delta x^2} \frac{1}{(\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n)} \right) \\
\mathbf{B} &= \frac{1}{\Delta x^2} \left( \frac{1}{(\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n)} + \frac{1}{(\rho_{i,j}^n + \rho_{i-1,j}^n)} \right) + \frac{1}{\Delta y^2} \left( \frac{1}{(\rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j}^n)} + \frac{1}{(\rho_{i,j}^n + \rho_{i,j-1}^n)} \right) \\
\mathbf{C} &= \left( -\frac{\beta}{\Delta x^2} \frac{1}{(\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n)} \right) \\
\mathbf{D} &= \left[ \frac{1}{\Delta y^2} \left( \frac{p_{i,j+1}^k}{(\rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j}^n)} + \frac{p_{i,j-1}^{k+1}}{(\rho_{i,j}^n + \rho_{i,j-1}^n)} \right) - \mathit{tmp} \right] + \mathbf{B} (1 - \beta) p_{i,j}^k \\
\mathit{tmp} &= \frac{1}{2\Delta t} \left( \frac{u_{i+1,j}^* - u_{i,j}^*}{\Delta x} + \frac{v_{i+1,j}^* - v_{i,j}^*}{\Delta y} \right)
\end{aligned}$$

$\beta$  adalah parameter relaksasi. Untuk *over-relaxation* maka nilai dari  $\beta > 1$ . Nilai parameter relaksasi yang baik digunakan untuk stabilitas dan mempercepat konvergensi yaitu dalam rentang  $\beta = 1.2 - 1.5$ .

### Algoritma *Front-Tracking*

Metode *front-tracking* digunakan melacak antarmuka fluida yang didasarkan pada posisi terjadinya lonjakan nilai densitas (*density jump*). Metode ini dilakukan dalam 4 tahap yaitu *setup front*, *move front*, *restructuring front*, *construct density field*.

Susunan awal antarmuka suku ke  $n$  perlu diatur terlebih dahulu sebelum dilakukan perhitungan nilai suku ke  $n+1$ . Antarmuka antara fase yang berbeda dinyatakan oleh titik *non-stationary* yang dihubungkan dengan grid *Lagrangian* yang terletak pada grid *Eulerian* tetap (*Stationary*) dalam Gambar 1.



Gambar 1. Grid lagrangian dan eulerian untuk domain komputasi [7].

Fungsi indikator disusun berdasarkan letak terjadinya lonjakan nilai densitas yang ditandai sebagai *marker points*. Kemudian saat antarmuka bergerak, posisi antarmuka ditentukan dari interpolasi bilinear pada grid stasioner. Untuk menjaga tingkat akurasi, grid *Lagrangian* disusun untuk untuk setiap step perhitungan dengan *adding and deleting point*. Jika jarak antara titik yang satu dengan yang lainnya besar dari batas yang ditentukan, maka dibuat titik baru setengah jarak ke arah titik berikutnya. Jika jarak titik ke titik kurang dari batas yang ditentukan, maka titik tersebut dihapus kemudian menghitung titik berikutnya.

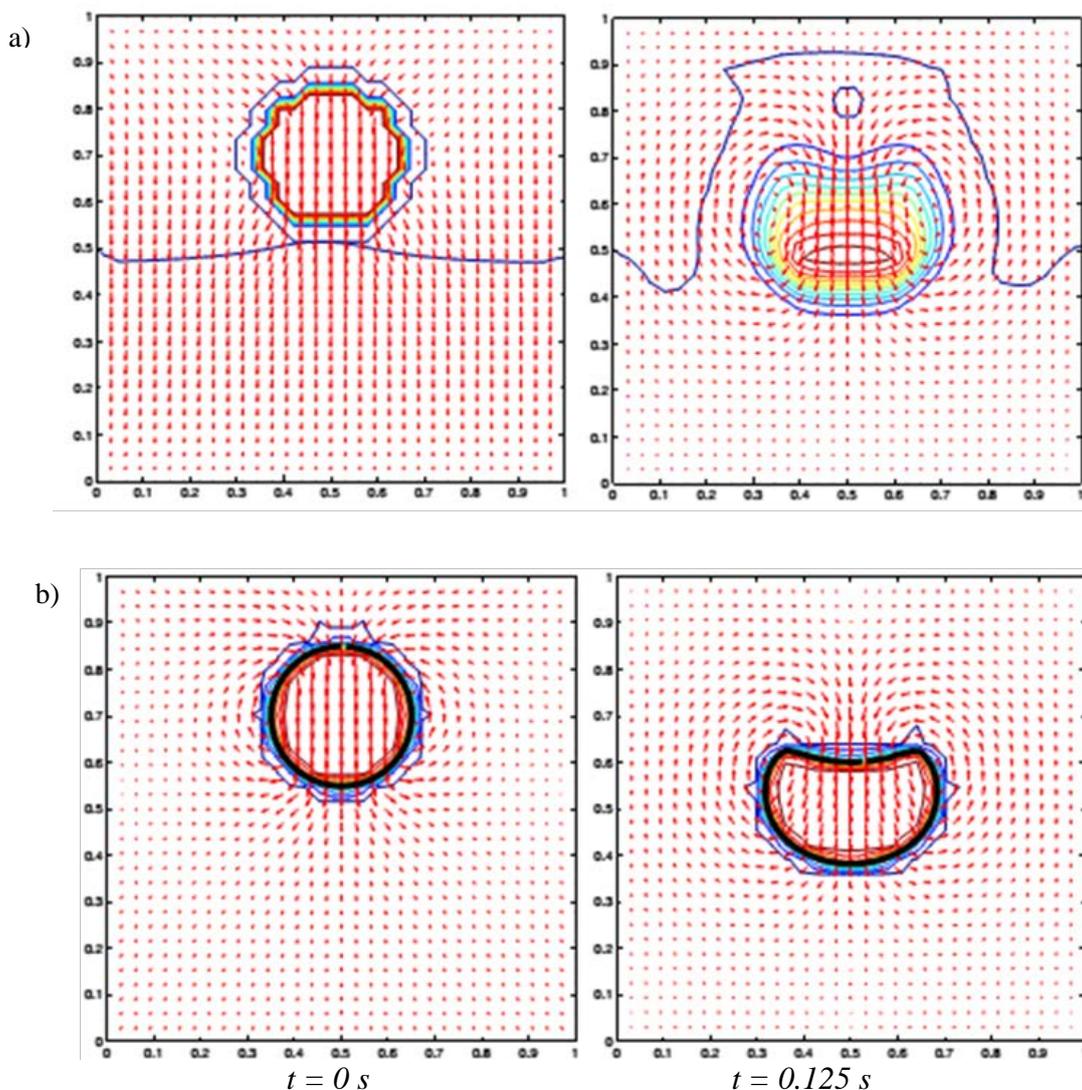
Informasi lebih detail mengenai metode *front-tracking* dapat dilihat dalam naskah asli [3,4] dan buku karangan Tryggvason [5].

## HASIL DAN PEMBAHASAN

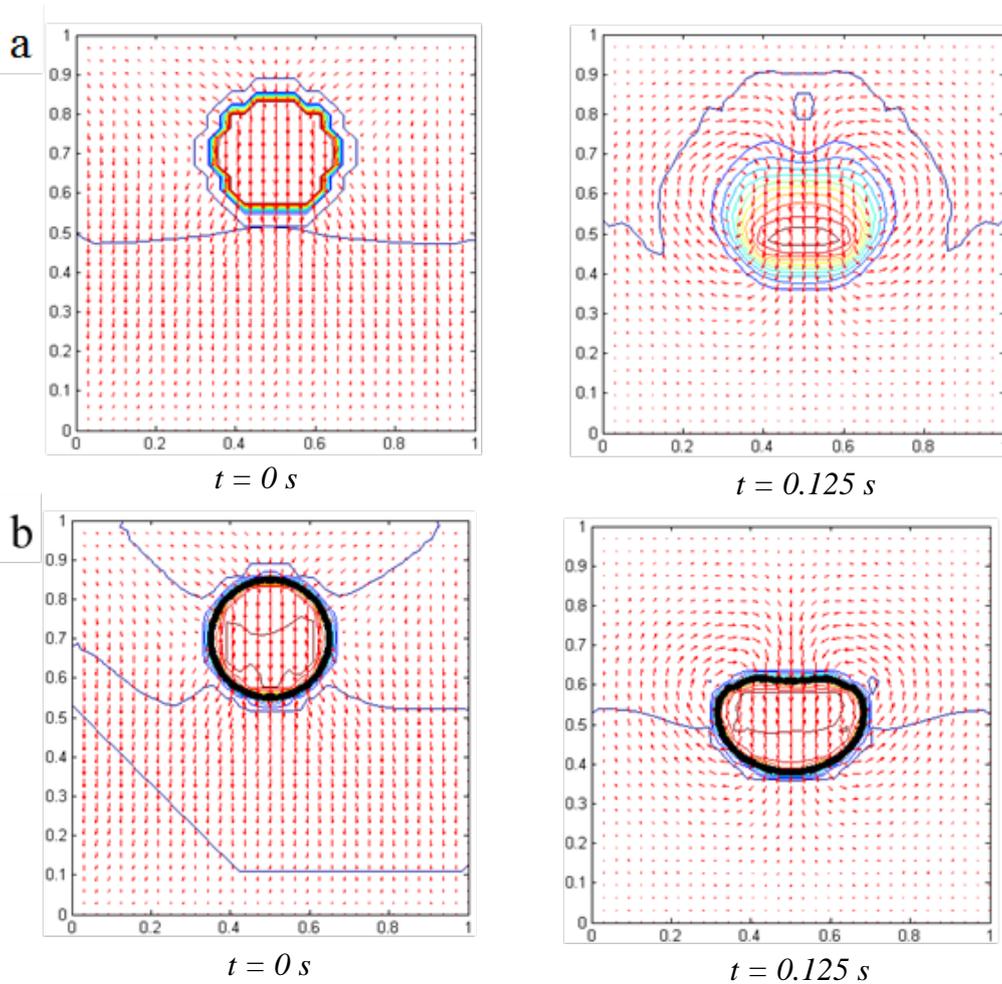
Penelitian ini memodelkan 2 kasus penyelesaian yang berbeda fenomena *single droplet*. Kasus pertama (a) bidang densitas diselesaikan langsung menggunakan metode *upwind* dengan ketelitian orde pertama. Kasus kedua (b) bidang massa jenis diselesaikan dengan melacak antarmuka *droplet* menggunakan metode *front-tracking*. Berikut akan ditampilkan pola kecepatan yang terjadi saat *droplet* bergerak untuk waktu tertentu. Kemudian akan ditampilkan profil bidang densitas yang diplot dalam view 3 dimensi.

### Bidang Kecepatan

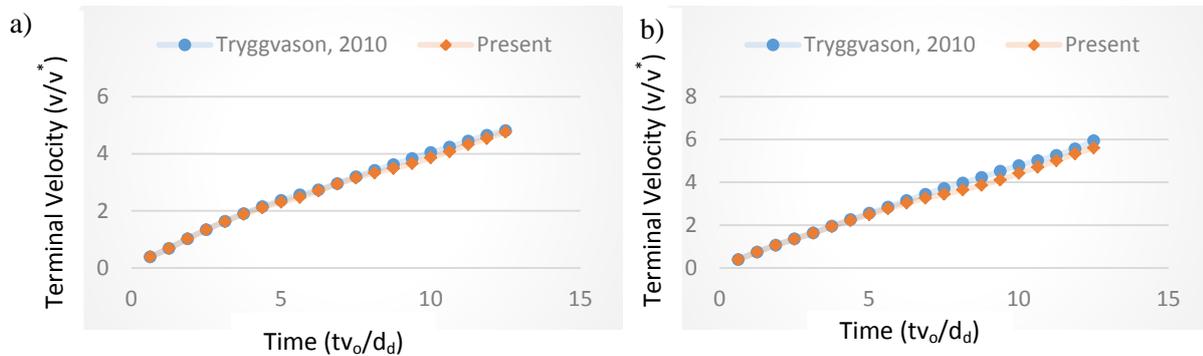
Sebaran vektor kecepatan kondisi awal dan akhir untuk 2 kasus pada penelitian Tryggvason 2010 ditunjukkan dalam gambar 2. Kondisi awal *droplet* terjadi pada waktu  $t = 0$  s dan kondisi akhir terjadi pada waktu  $t = 0.125$  s untuk kedua kasus. Dari plot 2D yang dipaparkan terlihat bahwa pergerakan *droplet* menimbulkan perubahan kecepatan di daerah *interface*. Gambar 2.a menunjukkan bidang densitas namun letak *interface* tidak diketahui. Sedangkan Gambar 2.b, letak antarmuka diprediksi menggunakan metode *front-tracking*. Bidang kecepatan kondisi awal dan akhir 2 kasus pada penelitian ini ditunjukkan oleh Gambar 3. Bentuk *droplet* yang dipaparkan pada penelitian ini memiliki kesamaan bentuk pada Trggvason 2010.



Gambar 2. Bidang kecepatan kondisi awal  $t = 0$  dan kondisi akhir  $t = 0.125$ , (a) kasus 1 dan (b) kasus 2.



Gambar 3. Bidang kecepatan kondisi awal  $t = 0$  dan kondisi akhir  $t = 0.125$ , (a) kasus 1 dan (b) kasus 2.



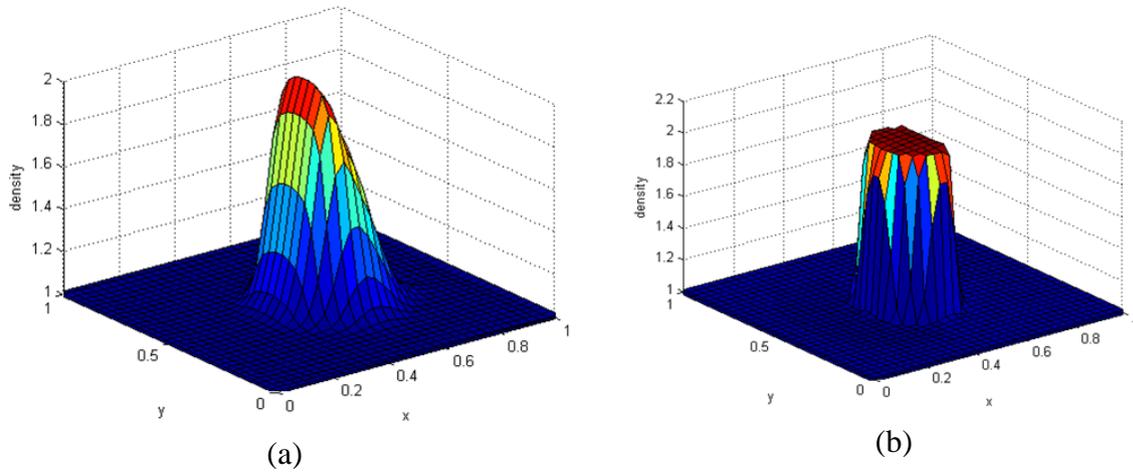
Gambar 4. Kecepatan tak berdimensi  $v/v^*$  sebagai fungsi waktu ( $tv_0/d_0$ ), (a) kasus 1 dan (b) kasus 2.

Variasi kecepatan terminal ( $v/v^*$ ) sebagai fungsi waktu ditunjukkan oleh Gambar 4. Kecepatan referensi ( $v^*$ ) didapatkan dari persamaan  $v^* = (\rho_d - \rho_o)gd_d^2/\mu$ . Notasi  $\rho_o$  menyatakan densitas fluida di sekitar *droplet*. Seperti yang bisa dilihat dari gambar tersebut, hasil simulasi penelitian ini memiliki kesamaan secara kualitas dan kuantitas terhadap yang telah dipaparkan oleh Tryggvason [4].

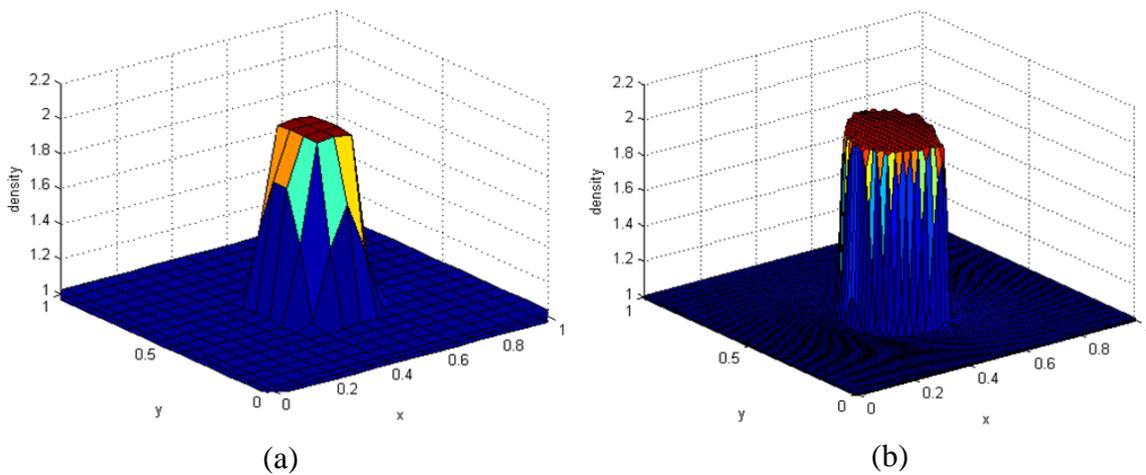
### Bidang Densitas

Bidang massa jenis dapat disusun langsung dengan menggunakan metode *upwind* orde satu dengan melibatkan suku difusi untuk membuat hasil yang stabil. Namun cara ini tidak akurat untuk

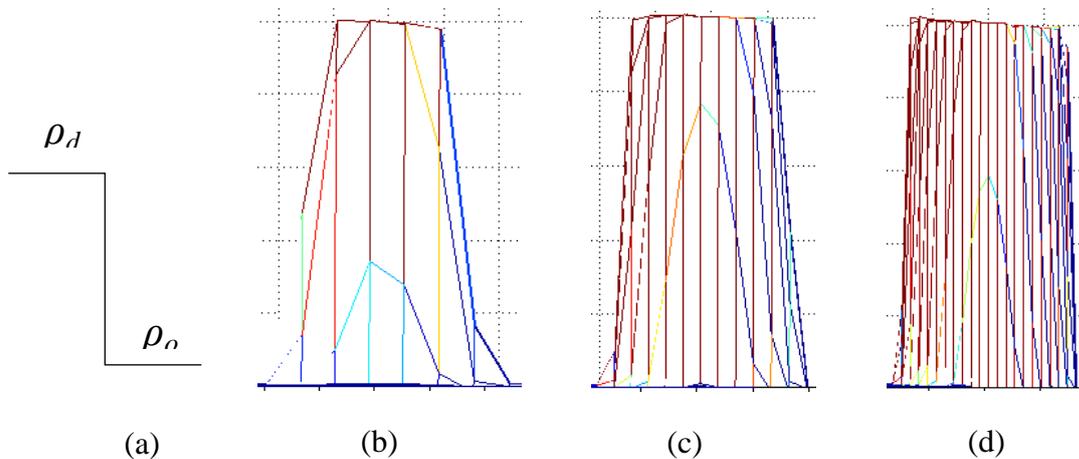
permasalahan komputasi yang lebih kompleks. Selama letak antarmuka belum didefinisikan maka pemodelan yang dihasilkan tidak sesuai dengan fenomena fisiknya. Metode *front-tracking* digunakan untuk memprediksi letak antarmuka kedua fluida yang berkontak sehingga pemodelan yang didapat sesuai dengan fenomena fisiknya.



Gambar 5. Bidang densitas setelah bergerak pada kondisi akhir  $t = 0.125$ , (a) untuk kasus pertama dan (b) untuk kasus kedua dengan resolusi grid  $32 \times 32$ .



Gambar 6. Bidang densitas kasus kedua untuk ukuran grid (a)  $16^2$  dan (b)  $64^2$



Gambar 7. Lonjakan densitas, (a) baik dan untuk ukuran grid (b)  $16^2$  (c)  $32^2$  dan (d)  $64^2$

Kesulitan memodelkan fenomena multi-fase adalah perlakuan antarmuka. Dalam memodelkan fenomena ini, lonjakan nilai densitas mengindikasikan adanya fase yang berbeda. Pada kasus pertama (a) dari Gambar 5. setelah *droplet* bergerak dari kondisi awal  $t = 0$  sampai kondisi akhir  $t = 0.125$  didapat nilai massa jenis berubah bertahap dari nilai tertinggi sampai terendah. Lonjakan densitas tidak muncul untuk kasus pertama pada pemodelan ini. Pada kasus kedua (b) dari gambar 5, terjadi lonjakan nilai densitas antara *droplet* dan fluida disekitarnya. Metode pada kasus kedua lebih baik daripada langsung menghitung bidang densitas secara langsung. Terdapat perbedaan nilai densitas yang berbeda untuk masing-masing fluida, hal ini sesuai dengan fenomena fisiknya.

Gambar 7 menunjukkan bidang densitas kasus kedua dengan menggunakan metode *front-tracking* untuk ukuran *grid* yang berbeda, serta menunjukkan potret lonjakan densitas pada penelitian ini, (a) bidang densitas dengan lonjakan densitas yang baik, (b) ukuran *grid*  $16^2$ , (c) ukuran *grid*  $32^2$  dan (d) ukuran *grid*  $64^2$ . *Grid* dengan resolusi  $64^2$  menampilkan lonjakan densitas yang lebih baik dan lebih mendekati dengan gambar (a) dibandingkan *grid* ukuran  $16^2$  dan  $32^2$ . Semakin kecil ukuran *grid* (semakin banyak jumlah *grid*), semakin akurat hasil yang didapat namun perhitungan semakin rumit dan memakan waktu lebih lama.

## SIMPULAN

Pemodelan fenomena *single droplet* telah dilakukan dengan metode volume hingga dengan skema implisit. Penelitian ini terbagi menjadi 2 kasus. Kasus pertama, *density field* disusun langsung menggunakan metode *upwind*. Kasus kedua, *density field* disusun dengan melacak antarmuka (*interface*) menggunakan metode *front-tracking*. Dari hasil yang dipaparkan, metode volume hingga skema implisit dan metode *front-tracking* dapat memodelkan fenomena *single droplet* dengan baik. Validasi pemodelan dilakukan dengan membandingkan dengan model yang dikembangkan oleh Tryggvason [5] dan menunjukkan hasil yang baik dan relatif sama. Dengan menggunakan metode *front-tracking*, antarmuka didefinisikan dengan jelas dari posisi terjadinya lonjakan densitas sehingga hasil pemodelan mendekati fenomena yang sebenarnya dibandingkan dengan menyelesaikan langsung *density field* dengan metode *upwind*. Untuk penelitian lebih lanjut dalam memodelkan fenomena *droplet*, disarankan untuk melibatkan tegangan permukaan dalam perhitungan. Dengan melibatkan tegangan permukaan, diharapkan dapat memodelkan fenomena *bouncing up* saat *droplet* menumbuk suatu permukaan.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Shao, C., Luo, K., Fan, J., 2016, Detailed Numerical Simulation of Unsteady Drag Coefficient of Deformable Droplet, *Journal Chemical Eng.*, vol. 308 (2017), p. 619-631.
- [2]. Ashgriz, N., 2011, *Handbook of Atomization and Sprays: Theory and Applications*, Springer, London.
- [3]. Unverdi, S., Tryggvason, G., 1992, A Front-tracking Method for Viscous, Incompressible Multifluids Flow, *Journal Comput. Phys.*, 100 (1992), pp. 25- 37.
- [4]. Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., Han, J., Nas, S., Jan, Y., 2001, A Front Tracking Method for the Computations of Multiphase Flow, *Journal Comput. Phys.*, 169 (2001), p. 708.
- [5]. Tryggvason, G., 2012, *A Front-tracking/Finite-Volume Navier-Stokes Solver for Direct Numerical Simulations of Multiphase Flows*.
- [6]. Lemos, C.M., 1993, FDFLOW: A Fortran-77 Solver for 2-D Incompressible Fluid Flow, *Computer and Geosciences*, 3 (1994), Vol.20, p.265-291.
- [7]. Izbassarov, D., Muradoglu, M., 2014, A Front-tracking Method for Computational Modeling of Viscoelastic Two-phase Flow Systems, *Journal of Non-newtonian fluid Mech.*, 223 (2015) p. 122-140.