

PENERAPAN METODE DESAIN GESER BETON BERTULANG ALTERNATIF DENGAN ACI 318 DAN MCFT AASHTO

Daniel Christianto^{1*}, Yenny Untari Liucius¹, Sunarjo Leman¹, Andrew Hartanto Jusuf², dan Dhea Angelica Kho¹

¹Program Studi Sarjana Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, Jl. Letjen S. Parman No. 1, Jakarta, Indonesia

²Program Studi Magister Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, Jl. Letjen S. Parman No. 1, Jakarta, Indonesia

*danielc@ft.untar.ac.id

Masuk: 12-06-2025, revisi: 01-07-2025, diterima untuk diterbitkan: 25-07-2025

ABSTRACT

Currently, reinforced concrete shear designs in Indonesia are based on ACI 318M-14 and has not followed ACI 318M-19. As an alternative, modified compression field theory (MCFT) can also be used for reinforced concrete shear design. In this study, simple and continuous beams with uniform and concentrated loads will be analyzed using the ACI 318M-14, ACI 318M-19, and MCFT AASHTO LRFD Bridge Design Specification (BDS) 2020 shear design methods. Compared to the ACI 318M-14 method, the ACI 318M-19 method provides lower shear strength when minimum transverse reinforcement is not provided with a reduction of up to 35% and same shear strength for other cases. The AASHTO LRFD BDS 2020 gives higher design shear strength up to 157% ACI 318M shear strength despite using strength reduction factor of 0.75. The AASHTO LRFD BDS 2020 also shows an increase in the area of required flexural reinforcement due to shear forces which are unaccounted by ACI 318M up to 16% for simple beams and 37% for continuous beams. The analysis shows that MCFT can give more economical shear reinforcement design compared to ACI 318M method, making it suitable for application to reinforced concrete beams with relatively high shear forces.

Keywords: AASHTO; ACI 318; modified compression field theory; reinforced concrete; shear strength

ABSTRAK

Saat ini, desain geser beton bertulang di Indonesia masih didasarkan pada ACI 318M-14 dan belum mengikuti ACI 318M-19. Sebagai alternatif, *modified compression field theory* (MCFT) juga dapat digunakan untuk desain geser beton bertulang. Dalam penelitian ini, balok sederhana dan menerus dengan beban merata dan terpusat akan dianalisis dengan metode desain geser ACI 318M-14, ACI 318M-19, dan MCFT AASHTO LRFD Bridge Design Specification (BDS) 2020. Dibandingkan metode ACI 318M-14, metode ACI 318M-19 memberikan kekuatan geser yang lebih rendah ketika tulangan transversal minimum tidak disediakan dengan penurunan hingga 35% dan kekuatan geser yang untuk kasus lainnya. AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan kekuatan geser desain yang lebih tinggi hingga 157% kekuatan geser ACI 318M meskipun menggunakan faktor reduksi kekuatan sebesar 0,75. AASHTO LRFD BDS 2020 juga menunjukkan peningkatan luas tulangan lentur perlu akibat gaya geser yang tidak diperhitungkan ACI 318M hingga 16% untuk balok sederhana dan 37% untuk balok menerus. Analisis menunjukkan MCFT dapat menghasilkan desain tulangan geser yang lebih ekonomis dibandingkan dengan metode ACI 318M sehingga cocok diterapkan pada balok beton bertulang yang memikul gaya geser relatif besar.

Kata kunci: AASHTO; ACI 318; beton bertulang; kekuatan geser; *modified compression field theory*

1. PENDAHULUAN

Seiring berkembangnya teknologi dan upaya mengurangi dampak lingkungan akibat konstruksi, konstruksi beton diarahkan agar menghasilkan konstruksi yang ramah lingkungan dan berkelanjutan (*sustainable*). Berbagai jenis dan komposisi material penyusun beton terus diteliti untuk menghasilkan beton mutu tinggi dan ramah lingkungan. Beberapa jenis beton yang mulai dan terus diteliti saat ini adalah beton tanpa agregat kasar (Christianto et al, 2024), beton berserat baja (Christianto et al., 2021), beton polimer (Jahanzaib & Sheikh, 2022; Peng et al., 2020), dan beton dengan agregat yang didaur ulang (Arezoumandi et al., 2015). Beton-beton tersebut memiliki data hasil pengujian yang tidak selengkap beton konvensional yang telah digunakan sejak dulu (Peng et al., 2020). Hal ini menyebabkan rumus-rumus untuk komponen struktur beton konvensional yang bersifat empiris harus ditinjau ulang untuk beton-beton tipe baru tersebut.

Setiap struktur harus memiliki kekuatan yang cukup terhadap gaya aksial, gaya geser, momen lentur, momen torsi, dan aksi lainnya. Meskipun memiliki data hasil pengujian geser yang cukup banyak, mekanisme dan kekuatan geser yang dikonstruksikan beton konvensional dan beton-beton tipe baru di atas masih belum dipahami sepenuhnya karena jauh lebih kompleks dibandingkan mekanisme kekuatan lenturnya (Darwin & Dolan, 2021). Hal ini dapat dilihat dari banyaknya rumus empiris untuk memprediksi kekuatan geser beton dengan variabel yang berbeda-beda. Namun demikian, struktur beton tetap harus didesain agar kuat terhadap geser karena kegagalan geser pada struktur beton bersifat getas dan tiba-tiba. Oleh karena itu, rumus-rumus empiris untuk memprediksi kekuatan geser beton cenderung menghasilkan prediksi kekuatan yang konservatif hingga terlalu konservatif.

Desain struktur gedung beton di Indonesia harus memenuhi SNI 2847:2019 yang diadopsi dari ACI 318M-14. Pada tahun 2019, ACI Committee 318 (2019) mengganti dan mengurangi jumlah persamaan-persamaan untuk memprediksi kekuatan geser beton. Persamaan-persamaan tersebut ditentukan secara empiris dan divalidasi dengan data hasil pengujian geser beton konvensional terbaru. Perubahan ini memiliki dampak yang besar pada desain komponen struktur yang tidak memiliki tulangan geser minimum, seperti pada pelat lantai. Perubahan ini diperkirakan akan diadopsi ke dalam SNI beton bertulang yang akan datang.

ACI Committee 318 (2019) mengizinkan penggunaan metode analisis dan desain geser lain yang sudah teruji, seperti metode *strut-and-tie* dan *modified compression field theory* (MCFT). MCFT telah teruji dan telah lama digunakan di dalam AASHTO LRFD *Bridge Design Specification* (BDS) untuk desain geser daerah B (balok atau Bernoulli) komponen struktur jembatan beton bertulang. Dengan memperhitungkan ekuilibrium, kompatibilitas, dan sifat tegangan-regangan beton dan tulangan baja, MCFT mampu memprediksi beban ultimit dan respon beban-deformasi suatu komponen struktur beton bertulang (Lee, 2022). Pada umumnya, MCFT mampu memberikan prediksi kekuatan geser beton yang lebih akurat dibandingkan persamaan empiris. Karena tegangan-regangan material diperhitungkan dalam analisis, MCFT dapat menjadi solusi untuk memprediksi kekuatan geser beton mutu sangat tinggi (Zhou & Wan, 2022), beton tanpa agregat kasar, beton polimer (Jahanzaib & Sheikh, 2022; Peng et al., 2020), dan beton tipe baru lainnya (Al-Hamrani et al., 2021) meskipun data pengujian geser tidak selengkap dan tidak sebanyak beton konvensional. Tentunya, efek penerapan metode MCFT pada struktur bangunan beton konvensional perlu dipahami dulu sebelum diterapkan pada beton jenis lainnya.

Berdasarkan hal di atas, penelitian ini akan berfokus pada perbandingan desain geser balok beton bertulang dengan metode ACI 318M-14, ACI 318M-19, dan MCFT pada AASHTO LRFD BDS 2020. Dalam penelitian ini, parameter yang dibandingkan adalah kekuatan geser beton, kekuatan geser sengkang, kekuatan geser desain, dan luas tulangan lentur perlu dari balok. Penelitian ini diharapkan dapat memperlihatkan potensi penerapan MCFT sebagai metode alternatif desain geser struktur beton bertulang.

Perkembangan model dan teori desain geser beton bertulang

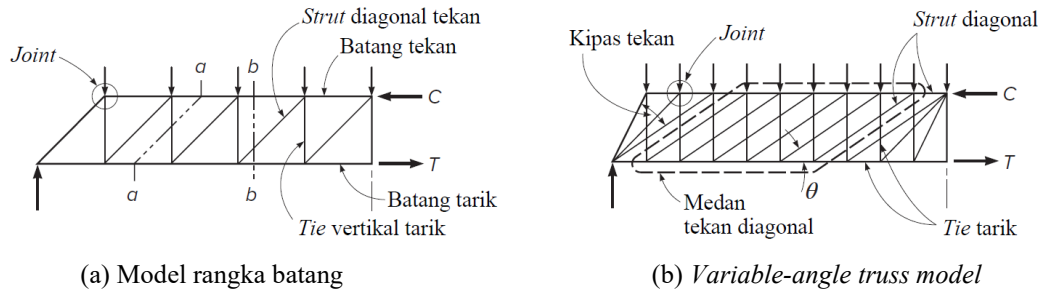
Teori desain geser beton bertulang bermula dari model rangka batang yang pertama kali diperkenalkan oleh Ritter pada tahun 1899 dan Morsch pada tahun 1908 (Grandić et al., 2015). Model ini telah digunakan sejak lama dalam ACI 318 untuk mendesain balok terhadap gaya geser. Dalam model rangka batang, balok atau komponen struktur beton lainnya yang memiliki retakan geser dapat dianalogikan dengan rangka batang, seperti pada Gambar 1(a). Pada balok sederhana, rangka batang tersebut terdiri atas batang tepi atas berupa zona tekan beton yang bersifat sebagai batang tekan dan batang tepi bawah berupa tulangan lentur bawah yang bersifat sebagai batang tarik. Batang pengisi di antara batang-batang tepi tersebut terdiri atas tulangan transversal yang bersifat sebagai batang tarik dan *strut* diagonal beton yang bersifat sebagai batang tekan dengan kemiringan 45° (Grandić et al., 2015). Penelitian-penelitian menunjukkan bahwa untuk kasus-kasus tipikal, model rangka batang memberikan hasil yang cukup konservatif, khususnya untuk balok dengan sedikit tulangan transversal (Darwin & Dolan, 2021).

Dalam proses pengembangannya, penelitian-penelitian menunjukkan bahwa sudut kemiringan *strut* beton (θ) pada umumnya tidak sama dengan 45° , tetapi dapat berkisar antara 25° dan 65° , tergantung pada konfigurasi tulangan pada komponen struktur. Hal inilah yang mendasari penyempurnaan model rangka batang menjadi *variable-angle truss model*. *Variable-angle truss model* ditunjukkan pada Gambar 1(b) yang terdiri dari 5 komponen dasar, yaitu *strut* tekan beton, *tie* baja berupa tulangan transversal, *joint* pada pertemuan batang-batang yang dianggap bersifat sendi, kipas tekan (*compression fans*) yang terbentuk di daerah D (*disturbed*) seperti daerah di dekat gaya terpusat, dan medan tekan diagonal (*diagonal compression field*) (Darwin & Dolan, 2021).

Dalam berbagai peraturan desain seperti ACI 318, tulangan transversal atau sengkang biasanya diasumsikan mencapai tegangan leleh (f_{yt}) saat kegagalan struktur. Dengan mengganti semua gaya tarik vertikal pada sengkang dengan luas sengkang (A_v) $\times$ f_{yt} , rangka batang pada Gambar 1 berubah menjadi struktur statis tertentu (Darwin & Dolan, 2021). Hal ini membuat penyelesaian gaya-gaya pada rangka batang dapat dilakukan dengan lebih mudah.

Model rangka batang tidak memperhitungkan komponen-komponen mekanisme kegagalan geser seperti *aggregate interlock*, aksi *dowel* tulangan baja longitudinal, dan geser yang dipikul beton yang belum retak. Selain itu, model ini

didasarkan pada teori plastisitas atau tidak memperhitungkan persyaratan kompatibilitas (Darwin & Dolan, 2021). Untuk mengatasi hal ini, dikembangkanlah *compression field theory* (CFT) (Mitchell & Collins, 1974). CFT mengasumsikan bahwa beton yang retak tidak dapat menahan tegangan apa pun dan gaya geser dibawa oleh medan kompresi diagonal. Kemiringan medan tekan ditentukan menggunakan pendekatan yang mirip dengan teori medan tarik yang dikembangkan untuk menganalisis kekuatan geser pascatekuk dari balok baja tipis.



Gambar 1. Model rangka batang dan *variable-angle truss model* (Darwin & Dolan, 2021)

Vecchio dan Collins (1986) menyempurnakan CFT dengan memperhitungkan pengurangan kekuatan tekan pada beton akibat retak transversal, kekuatan tarik beton setelah retak, dan kondisi tegangan lokal pada permukaan retak untuk memodelkan perilaku elemen beton bertulang. CFT yang disempurnakan ini dikenal sebagai MCFT. Dalam CFT dan MCFT, kondisi kompatibilitas dan keseimbangan serta hubungan tegangan-regangan diformulasikan dalam bentuk nilai rata-rata tegangan dan regangan. Dalam MCFT, beton yang sudah retak dianggap sebagai material ortotropik unik dengan hubungan konstitutifnya sendiri (Sadeghian & Vecchio, 2018).

Vecchio (2000) memperluas MCFT dan mengusulkan *disturbed stress field model* (DSFM) yang menghapus beberapa batasan MCFT dan meningkatkan akurasi model. CFT, MCFT, dan DSFM didasarkan pada *smeared rotating crack model* yang menggunakan tegangan dan regangan rata-rata dan memungkinkan orientasi arah retakan berubah secara perlahan berdasarkan respon material dan kondisi pembebanan (Sadeghian & Vecchio, 2018). Bentz et al (2006) mengusulkan versi sederhana dari MCFT yang dapat memprediksi kekuatan geser komponen struktur beton bertulang dalam bentuk yang sesuai desain sehari-hari dalam peraturan desain seperti AASHTO LRFD BDS 2020.

Metode desain geser ACI 318M-14

ACI 318M-14 diadopsi oleh banyak negara untuk desain beton pada bangunan gedung dan relatif tidak mengalami perubahan persyaratan desain geser komponen struktur beton sejak 1963 (Kuchma et al, 2019). Kekuatan geser perlu (V_u) harus tidak lebih dari kekuatan geser desain (ϕV_n), dengan faktor reduksi kekuatan geser (ϕ) = 0,75. Kekuatan geser nominal (V_n) dihitung sebagai jumlah dari kekuatan geser beton (V_c) dan kekuatan geser tulangan geser (V_s). Untuk meminimalisasi kemungkinan terjadinya kegagalan tekan diagonal pada beton dan membatasi retakan yang dapat terbentuk, V_n dibatasi sesuai dengan Persamaan 1:

$$V_n = V_c + V_s \leq V_c + 0,66\sqrt{f'_c}b_wd \quad (1)$$

dengan f'_c = kuat tekan beton dalam MPa, b_w = lebar web penampang, dan d = tinggi efektif penampang (ACI 318M-14). Selain balok atau *joist* beton dengan tulangan *web* minimum, $\sqrt{f'_c}$ harus dibatasi sebesar 8,3 MPa untuk menghitung V_c karena kurangnya data pengujian untuk $f'_c > 70$ MPa. Untuk komponen struktur yang tidak memikul gaya aksial ($N_u = 0$), V_c dapat dihitung secara sederhana dengan Persamaan 2:

$$V_c = (0,17\lambda\sqrt{f'_c})b_wd \quad (2)$$

dengan λ = faktor modifikasi beton ringan. Pengaruh tulangan longitudinal dan momen lentur (M_u) pada V_c dapat diperhitungkan dengan Persamaan 3:

$$V_c = \text{minimum dari} \left(\begin{array}{c} 0,16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \\ 0,16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \\ 0,29\lambda\sqrt{f'_c} \end{array} \right) b_wd \quad (3)$$

dengan ρ_w = rasio luas tulangan longitudinal terhadap b_wd (ACI 318M-14). Untuk sengkang dan tulangan transversal lainnya yang dipasang tegak lurus sumbu longitudinal komponen struktur, V_s dapat dihitung dengan Persamaan 4:

$$V_s = \frac{A_v}{s} f_{yt} d \quad (4)$$

dengan A_v = luas efektif semua kaki sengkang dalam jarak s dan s = spasi sengkang sejajar panjang komponen struktur. Untuk mengontrol lebar retak diagonal, tegangan leleh sengkang (f_{yt}) harus dibatasi sebesar 420 MPa dalam perhitungan V_s .

Untuk pelat lantai atau balok yang dibuat monolit dengan perletakan atau struktur pendukung (*support*), V_u boleh dihitung di muka *support*. Daerah di antara muka *support* hingga penampang kritis sejauh d dari muka *support* boleh didesain berdasarkan V_u di penampang kritis jika reaksi *support* sejajar gaya geser menyebabkan tekan pada daerah ujung pelat lantai atau balok, beban diaplikasikan di atau dekat permukaan atas pelat atau balok, dan tidak ada beban terpusat di antara muka *support* dan penampang kritis.

Untuk balok nonprategang, luas sengkang minimum ($A_{v,min}$) harus disediakan ketika $V_u > 0,083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$. Sengkang minimum ini diperlukan untuk menghambat pertumbuhan retak diagonal sehingga daktilitas balok dapat meningkat dan kegagalan tidak terjadi secara tiba-tiba ketika retak diagonal terbentuk (ACI 318M-14). Luas sengkang minimum ($A_{v,min}$) dihitung sesuai dengan Persamaan 5:

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \left(0,062\sqrt{f'_c}\right) \frac{b_w}{f_{yt}} \geq 0,35 \frac{b_w}{f_{yt}} \quad (5)$$

Jika sengkang diperlukan, spasi sengkang harus tidak lebih dari spasi sengkang maksimum (s_{max}) yang dihitung dengan Persamaan 6:

$$s_{max} = \begin{cases} d/2 \leq 600 \text{ mm} & \text{untuk } V_{s,req} \leq 0,33\sqrt{f'_c}b_wd \\ d/4 \leq 300 \text{ mm} & \text{untuk } V_{s,req} > 0,33\sqrt{f'_c}b_wd \end{cases} \quad (6)$$

dengan $V_{s,req} = V_s$ yang diperlukan untuk memikul V_u .

Metode desain geser ACI 318M-19

Dalam ACI 318M-19, cara penentuan V_c diubah sesuai hasil penelitian terbaru, terutama dalam jumlah persamaan, pengaruh ρ_w , pengaruh N_u/A_g , dan pengaruh *size effect*. Jika $A_v < A_{v,min}$, maka V_c harus dihitung dengan Persamaan 7:

$$V_c = \left(0,66\lambda_s\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_wd \quad (7)$$

Faktor *size effect* (λ_s) dihitung dengan Persamaan 8:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004d}} \leq 1 \quad (8)$$

dengan d dalam mm, $N_u > 0$ untuk gaya tekan, $N_u < 0$ untuk gaya tarik, dan N_u/A_g dalam MPa. Jika $A_v \geq A_{v,min}$ terpenuhi, maka *size effect* dapat diabaikan dan V_c dapat dihitung dengan Persamaan 9 atau 10:

$$V_c = \left(0,17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_wd \quad (9)$$

$$V_c = \left(0,66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_wd \quad (10)$$

Nilai V_c yang diperoleh dari Persamaan 8, 9, dan 10 harus tidak kurang dari 0 dan tidak lebih dari $0,42\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$. Untuk perhitungan V_c , $N_u/(6A_g)$ harus tidak lebih dari $0,05f'_c$. Untuk balok dan pelat lantai, jarak kaki sengkang sejajar lebar penampang (*across width*) dibatasi sebesar $s_{2,max}$ yang dihitung dengan Persamaan 11:

$$s_{2,max} = \begin{cases} d \leq 600 \text{ mm} & \text{untuk } V_{s,req} \leq 0,33\sqrt{f'_c}b_wd \\ d/2 \leq 300 \text{ mm} & \text{untuk } V_{s,req} > 0,33\sqrt{f'_c}b_wd \end{cases} \quad (11)$$

Metode desain geser AASHTO LRFD BDS 2020

AASHTO LRFD *Bridge Design Specification* (BDS) 2020 umum digunakan untuk desain struktur jembatan di berbagai negara. AASHTO LRFD BDS 2020 mengadopsi MCFT untuk mendesain struktur terhadap gaya geser. Faktor reduksi kekuatan geser (ϕ) diambil sebesar 0,9. Penentuan penampang kritis dan nilai V_u sama seperti ACI 318,

tapi d diganti dengan d_v . Untuk memastikan beton di *web* balok tidak mengalami *crushing* sebelum *yielding* (pelelehan) tulangan transversal, V_n dibatasi sesuai dengan Persamaan 12:

$$V_n = V_c + V_s \leq 0,25f'_c b_v d_v \quad (12)$$

dengan b_v = lebar balok minimum dan d_v = tinggi geser efektif yang dihitung dengan Persamaan 13:

$$d_v = \frac{M_n}{A_s f_y} \geq 0,9d_e \text{ atau } 0,72h \quad (13)$$

dengan M_n = kekuatan lentur nominal penampang dan jarak d_e setara dengan jarak d pada ACI 318 (AASHTO LRFD BDS 2020). Dalam menghitung V_n , f'_c dibatasi sebesar 15 ksi (≈ 103 MPa) untuk beton normal dan sebesar 10 ksi (≈ 69 MPa) untuk beton ringan. Besar V_c dihitung dengan Persamaan 14:

$$V_c = (0,083\beta\lambda\sqrt{f'_c})b_v d_v \quad (14)$$

dengan λ = faktor modifikasi densitas beton dan β = faktor yang mengindikasikan kemampuan *diagonally cracked concrete* (beton yang telah retak secara diagonal) untuk mentransfer tarik dan geser. Besar V_s dihitung dengan Persamaan 15:

$$V_s = \frac{A_v}{s} f_{yt} d_v (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \lambda_{duct} \quad (15)$$

dengan θ = sudut inklinasi tegangan tekan diagonal, α = sudut inklinasi tulangan transversal terhadap sumbu longitudinal, dan λ_{duct} = faktor reduksi kekuatan geser tulangan transversal akibat adanya *grouted post-tensioning duct* = 1 untuk komponen struktur nonprategang (AASHTO LRFD BDS 2020).

Untuk penampang beton nonprategang yang tidak memikul gaya aksial tarik dan memenuhi $A_v > A_{v,min}$, atau memiliki $h < 400$ mm, diizinkan untuk menggunakan nilai $\beta = 2$ dan $\theta = 45^\circ$ (AASHTO LRFD BDS 2020). Jika sengkang tegak lurus sumbu longitudinal ($\alpha = 90^\circ$) digunakan, maka dengan menggunakan $\beta = 2$ dan $\theta = 45^\circ$, Persamaan 14 dan 15 berubah menjadi Persamaan 2 dan 4. Untuk semua kasus, β dan θ dapat ditentukan dengan prosedur umum yang diberikan pada Persamaan 16 dan 17:

$$\beta = \begin{cases} \frac{4,8}{1 + 750\varepsilon_s} & \text{untuk } A_v \geq A_{v,min} \\ \frac{4,8}{1 + 750\varepsilon_s} \times \frac{51}{39 + (s_{xe}/25,4)} & \text{untuk } A_v < A_{v,min} \end{cases} \quad (16)$$

$$\theta = 29 + 3500\varepsilon_s \quad (17)$$

dengan ε_s = regangan tarik longitudinal neto di titik berat tulangan tarik dan s_{xe} = parameter spasi retak yang dipengaruhi ukuran agregat maksimum (a_g) dalam mm. Regangan ε_s boleh dihitung dengan Persamaan 18 atau dengan cara lain tapi harus tidak lebih dari 0,006:

$$\varepsilon_s = \frac{\frac{|M_u|}{d_v} - 0,5N_u + |V_u|}{E_s A_s} \quad (18)$$

dengan E_s = modulus elastisitas tulangan baja = 200 GPa dan A_s = luas tulangan tarik baja. Jika ε_s dari Persamaan 18 bernilai negatif, maka diperbolehkan untuk menggunakan $\varepsilon_s = 0$ atau ε_s yang dihitung ulang dengan Persamaan 19:

$$\varepsilon_s = \frac{\frac{|M_u|}{d_v} - 0,5N_u + |V_u|}{E_s A_s + E_c A_{ct}} \geq -0,4 \times 10^{-3} \quad (19)$$

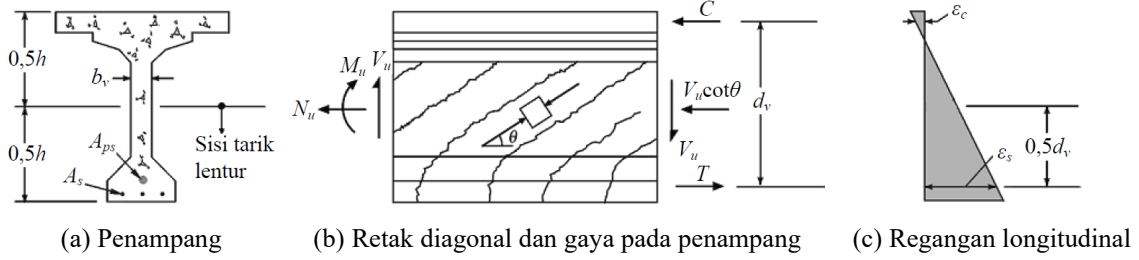
dengan A_{ct} = luas beton di sisi tarik lentur (lihat Gambar 2) (AASHTO LRFD BDS 2020).

Pada Persamaan 18 dan 19, $|M_u|$ harus $\geq |V_u|d_v$, $N_u > 0$ untuk gaya tekan, dan $N_u < 0$ untuk gaya tarik. Jika panjang penyaluran tulangan tarik tidak cukup panjang pada titik yang ditinjau, maka A_s harus direduksi secara proporsional sesuai dengan kurangnya panjang penyaluran tulangan tersebut. Jika gaya aksial tarik cukup besar untuk dapat meretak muka tekan lentur penampang, maka ε_s harus dikali 2. Untuk penampang dengan jarak ke muka support kurang dari d_v , ε_s yang dihitung di jarak d_v dari muka *support* boleh digunakan untuk menghitung β dan θ di daerah tersebut. Hal ini tidak berlaku jika ada beban terpusat di daerah tersebut (AASHTO LRFD BDS 2020).

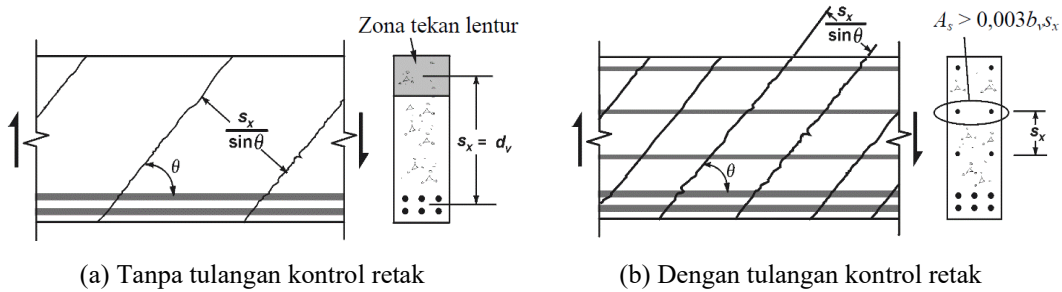
Parameter s_{xe} dihitung dengan Persamaan 20 tapi tidak kurang dari 12 inci (≈ 300 mm) dan tidak lebih dari 80 inci (≈ 2000 mm):

$$s_{xe} = s_x \frac{1,38}{(a_g/25,4) + 0,63} \quad (20)$$

dengan s_x = parameter spasi retak. Parameter s_{xe} diperlukan karena Persamaan 16 dan 17 didasarkan pada tegangan yang dapat ditransfer melalui *diagonally cracked concrete* dan tegangan tersebut akan berkurang seiring bertambahnya lebar retak. Nilai s_x diambil yang terkecil dari d_v atau jarak maksimum antarlapisan tulangan kontrol retak longitudinal dengan luas tulangan tiap lapisan tidak kurang dari $0,003b_v s_x$, seperti ditunjukkan pada Gambar 3 (AASHTO LRFD BDS 2020).



Gambar 2. Definisi parameter geser (AASHTO LRFD BDS 2020)



Gambar 3. Definisi parameter spasi retak (AASHTO LRFD BDS 2020)

Karena gaya geser menyebabkan tarik pada tulangan longitudinal, tulangan longitudinal di sisi lentur komponen struktur harus memenuhi Persamaan 21:

$$A_s f_y \geq \frac{|M_u|}{d_v \phi_f} - 0,5 \frac{N_u}{\phi_c} + \left(\frac{|V_u|}{\phi_v} - 0,5 V_s \right) \cot \theta \quad (21)$$

dengan $\phi_v = 0,9$ dan $V_s \leq |V_u|/\phi_v$. Untuk beton nonprategang, $\phi_f = \phi_c = 0,9$ untuk penampang terkendali tarik ($\epsilon_t \geq \epsilon_{ti}$) dan $0,75$ untuk penampang terkendali tekan ($\epsilon_c \leq \epsilon_{ci}$). Regangan tarik tulangan baja terluar (ϵ_t) dihitung saat regangan tekan beton maksimum = $0,003$. Untuk $f_y \leq 420$ MPa, batas regangan terkendali tekan (ϵ_{ci}) diambil sebesar regangan yang menyebabkan leleh pada tulangan tapi tidak lebih dari $0,002$. Untuk $f_y \leq 525$ MPa, batas regangan terkendali tarik (ϵ_{ti}) diambil sebesar $0,005$ (AASHTO LRFD BDS 2020).

Selain pelat lantai, fondasi telapak, dan *culvert*, tulangan transversal harus disediakan ketika $V_u > 0,5\phi V_c$. Jika tulangan transversal diperlukan, luas tulangan transversal (A_v) harus tidak kurang dari $A_{v,min}$ yang dihitung dengan Persamaan 22 dan spasi sengkang harus tidak lebih dari spasi sengkang maksimum (s_{max}) yang dihitung dengan Persamaan 23:

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \left(0,083\lambda \sqrt{f'_c} \right) \frac{b_v}{f_{yt}} \quad (22)$$

$$s_{max} = \begin{cases} 0,8d_v \leq 600 \text{ mm} & \text{untuk } v_u < 0,125f'_c \\ 0,4d_v \leq 300 \text{ mm} & \text{untuk } v_u \geq 0,125f'_c \end{cases} \quad (23)$$

dengan v_u = dihitung sesuai dengan Persamaan 24:

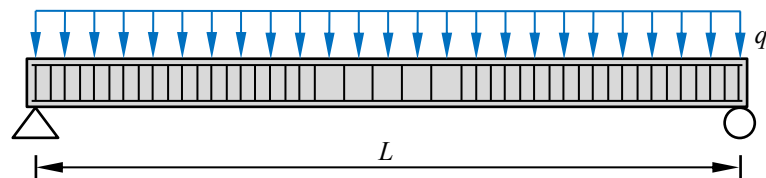
$$v_u = \frac{|V_u|}{\phi b_v d_v} \quad (24)$$

2. METODE PENELITIAN

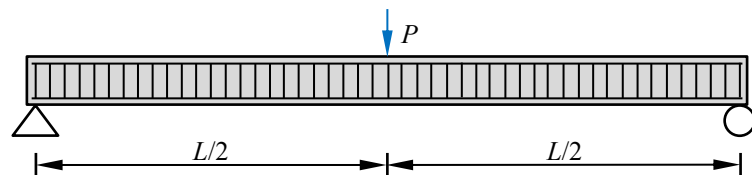
Perbandingan kekuatan geser beton (ϕV_c), kekuatan geser desain (ϕV_n), dan luas tulangan lentur perlu ($A_{s,req}$) berdasarkan ACI 318M-14, ACI 318M-19, dan AASHTO LRFD BDS 2020 akan disajikan dalam bentuk grafik untuk analisis lebih lanjut. Beban merata atau terpusat yang digunakan untuk membuat grafik dipilih sebagai beban maksimum yang dapat dipikul balok berdasarkan ACI 318M-14, ACI 318M-19, dan AASHTO LRFD BDS 2020. Jika gaya geser (V_u) lebih dari atau tidak mendekati ϕV_n atau luas tulangan lentur yang disediakan (A_s) lebih dari atau tidak mendekati $A_{s,req}$, maka beban maksimum dianggap belum diperoleh dan analisis akan diulangi dengan besar beban yang berbeda, dan sebaliknya. Dalam penelitian ini, perhitungan kekuatan geser yang menggunakan Persamaan 2 akan disebut sebagai metode ACI 318M-14 S atau *simplified* dan yang menggunakan Persamaan 3 akan disebut sebagai metode ACI 318M-14 D atau *detailed*. Untuk keperluan perbandingan, penampang kritis geser dianggap terletak di jarak yang terkecil dari d atau d_v dari perletakan. Dalam penentuan $A_{s,req}$, penampang balok dianggap sebagai penampang terkendali tarik dengan tulangan tunggal.

Model balok yang ditinjau dalam penelitian ini ditunjukkan pada Gambar 4 dan 5 dan terdiri dari:

1. Balok sederhana di atas 2 perletakan dengan beban merata q di sepanjang bentang (model A1) dan 1 beban terpusat P di tengah bentang (model A2).
2. Balok menerus di atas 3 perletakan dengan beban merata q di sepanjang bentang (model B1) dan 1 beban terpusat P di tengah bentang (model B2).

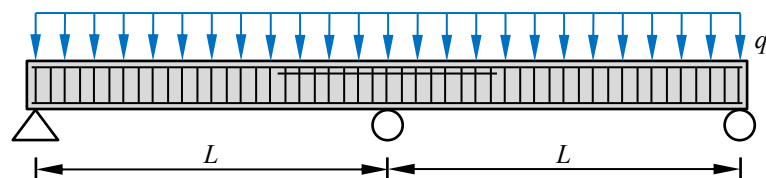


(a) Beban merata q di sepanjang bentang (model A1)

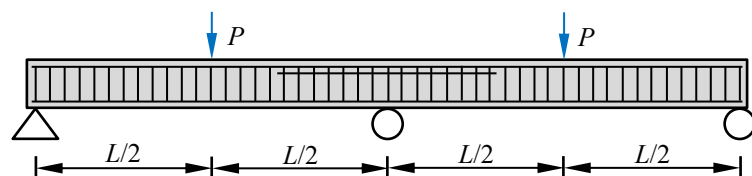


(b) Beban terpusat P di tengah bentang (model A2)

Gambar 4. Model balok sederhana di atas 2 perletakan



(a) Beban merata q di sepanjang bentang (model B1)



(b) Beban terpusat P di tengah setiap bentang (model B2)

Gambar 5. Model balok menerus di atas 3 perletakan

Tulangan balok yang efektif digunakan dalam perhitungan kekuatan balok pada setiap model diberikan pada Tabel 1 (panjang penyaluran tulangan tidak termasuk dalam Tabel 1). Semua penampang balok berbentuk persegi panjang

dengan lebar (b_w) = 250 mm dan tinggi (h) = 500 mm. Panjang bentang (L) diambil sebesar 4,5 m. Dimensi penampang balok dipilih sedemikian rupa agar sesuai dengan dimensi penampang yang relatif umum digunakan di Indonesia untuk panjang bentang balok tersebut dan agar *size effect* dapat diilustrasikan. Material beton merupakan beton bobot normal dengan kekuatan tekan terspesifikasi (f'_c) = 30 MPa dan ukuran agregat maksimum (a_g) = 19 mm. Material tulangan baja memiliki tegangan leleh minimum (f_y dan f_{yt}) = 420 MPa dan modulus elastisitas (E_s) = 200 GPa.

Tabel 1. Tulangan efektif balok yang digunakan

Model	Sengkang	Tulangan atas	Tulangan bawah
A1	D10-400 di 1,2 m tengah bentang dan D10-200 di sisa panjang bentang	2 D10 di sepanjang bentang	3 D19 di sepanjang bentang
A2	D10-200 di sepanjang bentang	2 D10 di sepanjang bentang	3 D19 di sepanjang bentang
B1 & B2	D10-200 di sepanjang bentang	2 D19 di sepanjang bentang + 3 D19 sepanjang 1 m ke kiri dan kanan tumpuan tengah	3 D19 di sepanjang bentang

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Perbandingan kekuatan geser beton (ϕV_c), kekuatan geser nominal (ϕV_n), dan luas tulangan lentur perlu ($A_{s,req}$) untuk setiap model ditunjukkan pada Gambar 6 sampai 17. Rangkuman rasio kekuatan geser balok terhadap metode ACI 318M-14 S untuk setiap model diberikan pada Tabel 2. Rangkuman beban maksimum dan luas tulangan lentur perlu maksimum balok untuk setiap model diberikan pada Tabel 3. Pada semua model, beban maksimum yang dapat dipikul balok ditentukan oleh Persamaan 21 dari metode AASHTO LRFD BDS 2020.

Tabel 2. Rasio kekuatan geser balok terhadap metode ACI 318M-14 S

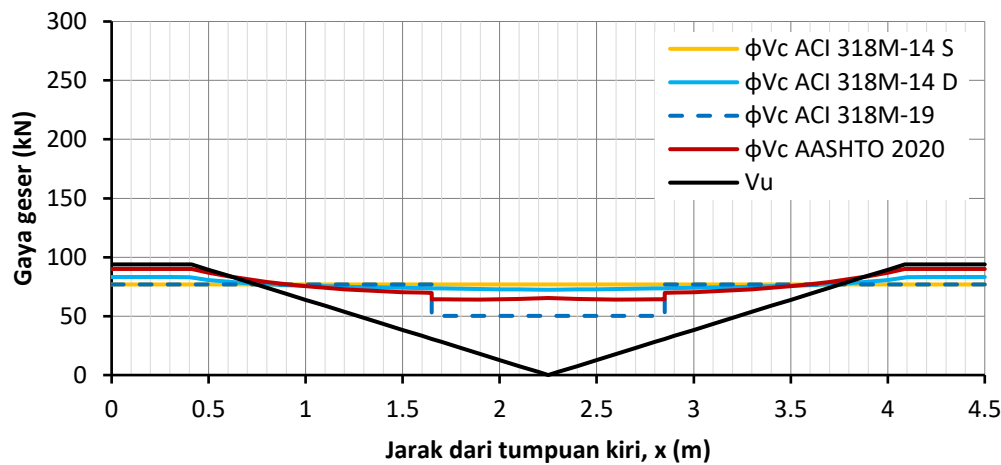
Model	Kekuatan geser beton (ϕV_c)			Kekuatan geser sengkang (ϕV_s)		Kekuatan geser nominal (ϕV_n)		
	ACI 318M-14 D	ACI 318M-19	AASHTO LRFD BDS 2020	ACI 318M-14 D & ACI 318M-19	AASHTO LRFD BDS 2020	ACI 318M-14 D	ACI 318M-19	AASHTO LRFD BDS 2020
A1 ¹⁾	0,96 – 1,08 0,94 – 0,96	1 0,65	0,91 – 1,17 0,83 – 0,85	1 1	1,31 – 1,44 1,31 – 1,32	0,98 – 1,03 0,97 – 0,98	1 0,80	1,14 – 1,33 1,03
A2	0,97 – 1,08	1	0,89 – 1,51	1	1,30 – 1,55	0,99 – 1,03	1	1,13 – 1,54
B1	0,94 – 1,19	1	0,92 – 1,34	1	1,33 – 1,48	0,98 – 1,08	1	1,16 – 1,41
B2	0,97 – 1,19	1	0,88 – 1,58	1	1,29 – 1,57	0,99 – 1,08	1	1,12 – 1,57

¹⁾Rasio kekuatan di daerah balok dengan sengkang D10-200 ditunjukkan pada baris pertama dan rasio kekuatan di daerah balok dengan sengkang D10-400 ditunjukkan pada baris kedua dengan angka yang ditulis tebal (*bold*)

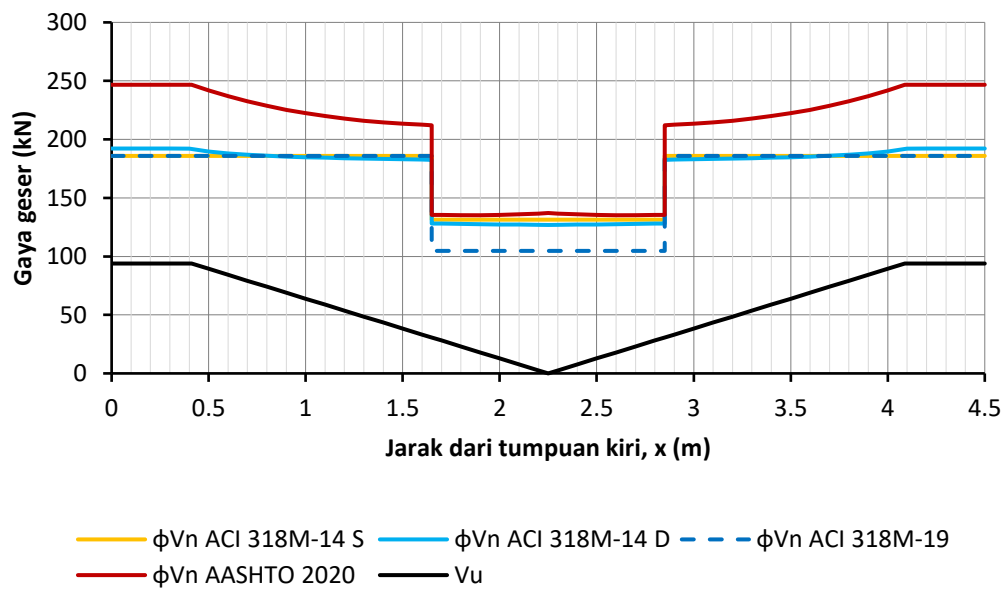
Tabel 3. Beban maksimum dan luas tulangan lentur perlu maksimum balok

Model	q atau P	Luas tulangan lentur atas maksimum			Luas tulangan lentur bawah maksimum		
		ACI 318M	AASHTO LRFD BDS 2020	Rasio AASHTO/ACI 318M	ACI 318M	AASHTO LRFD BDS 2020	Rasio AASHTO/ACI 318M
A1	51,1 kN/m	0	0	-	828,1 mm ²	849,1 mm ²	1,025
A2	102,2 kN	0	0	-	730,4 mm ²	849,9 mm ²	1,16
B1	60 kN/m	1033,2 mm ²	1415,2 mm ²	1,37	534,4 mm ²	574,7 mm ²	1,08
B2	141,4 kN	795,6 mm ²	1068,4 mm ²	1,34	626,4 mm ²	850,4 mm ²	1,36

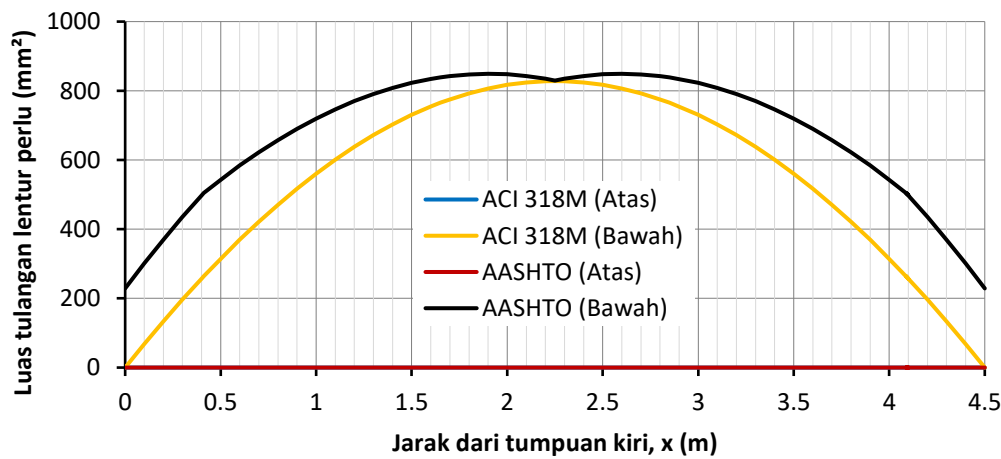
Untuk balok sederhana dengan beban merata (model A1), metode ACI 318M-14 D memberikan ϕV_c sebesar 0,94 hingga 1,08 kali ϕV_c ACI 318M-14 S. Metode ACI 318M-19 memberikan ϕV_c yang sama dengan ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-200 ($A_v \geq A_{v,min}$) dan sama dengan 0,65 ϕV_c ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-400 ($A_v < A_{v,min}$). Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c sebesar 0,91 sampai 1,17 ϕV_c ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-200 ($A_v \geq A_{v,min}$) dan 0,83 sampai 0,85 ϕV_c ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-400 ($A_v < A_{v,min}$). Berdasarkan hal ini, metode AASHTO LRFD BDS 2020 cenderung memberikan kekuatan geser beton (ϕV_c) yang lebih tinggi dibandingkan metode ACI 318M meskipun menggunakan faktor ϕ yang lebih rendah, yaitu 0,75.



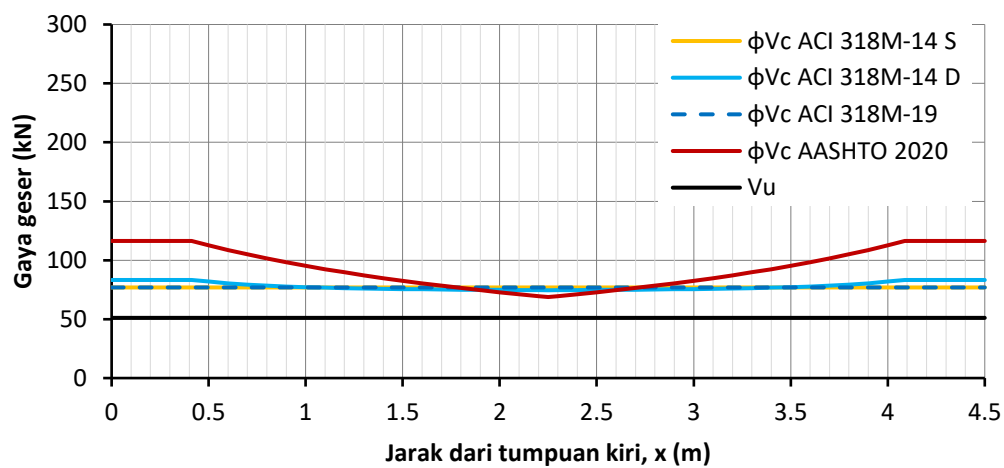
Gambar 6. Perbandingan kekuatan geser beton model A1 ($q = 51,1 \text{ kN/m}$)



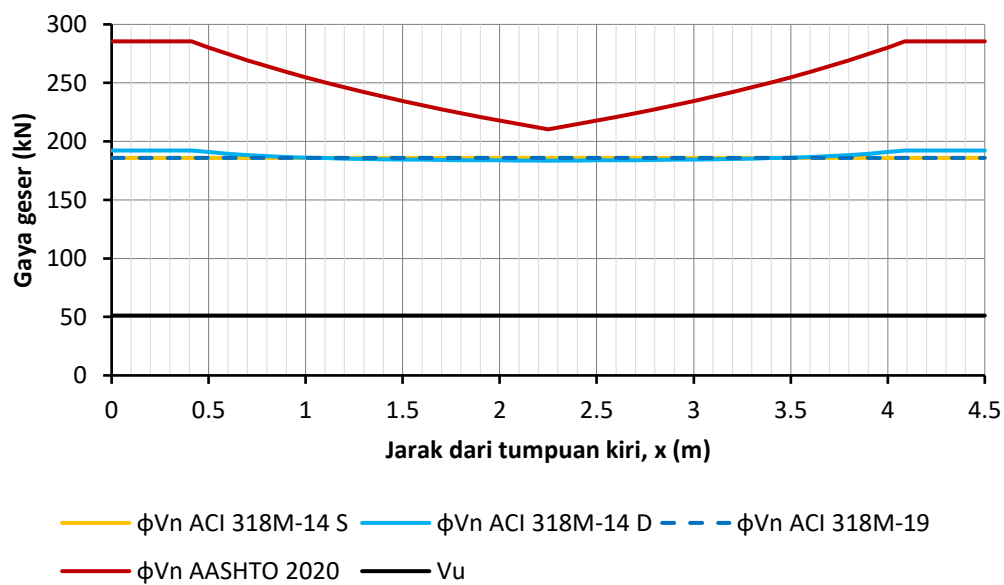
Gambar 7. Perbandingan kekuatan geser desain model A1 ($q = 51,1 \text{ kN/m}$)



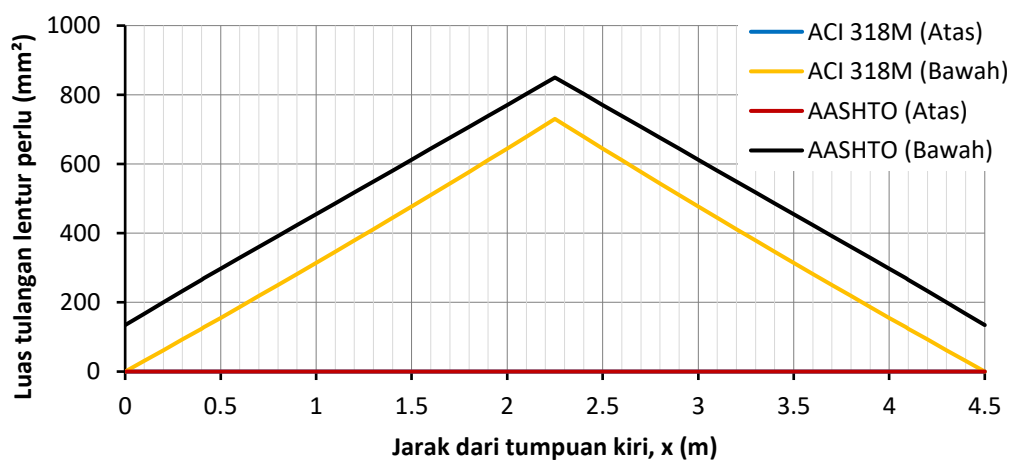
Gambar 8. Perbandingan luas tulangan lentur perlu model A1 ($q = 51,1 \text{ kN/m}$)



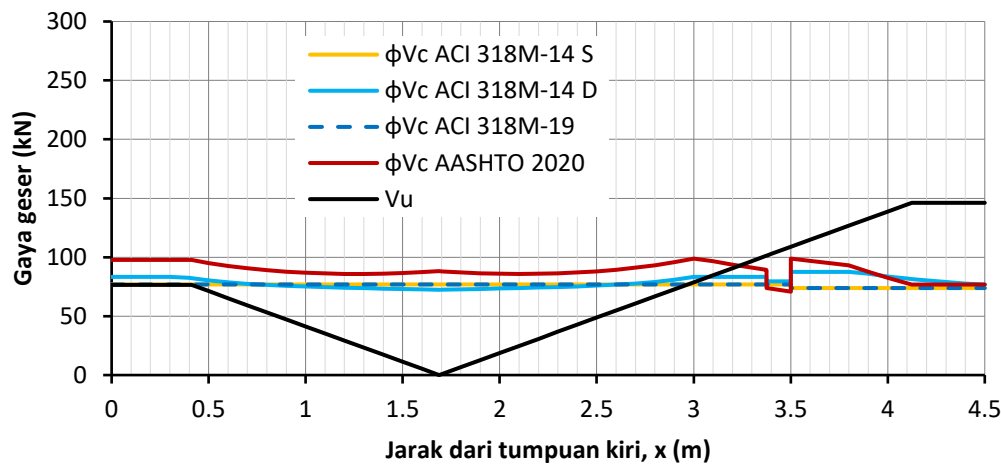
Gambar 9. Perbandingan kekuatan geser beton model A2 ($P = 102,2$ kN)



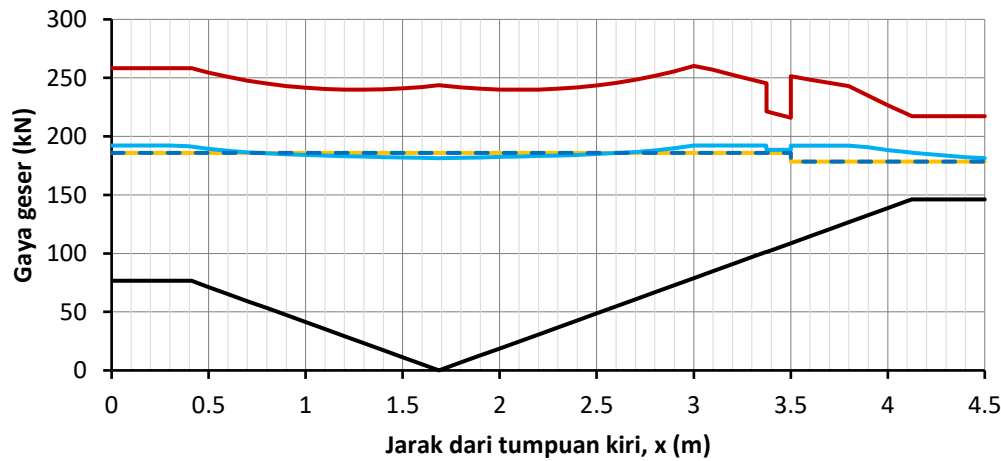
Gambar 10. Perbandingan kekuatan geser desain model A2 ($P = 102,2$ kN)



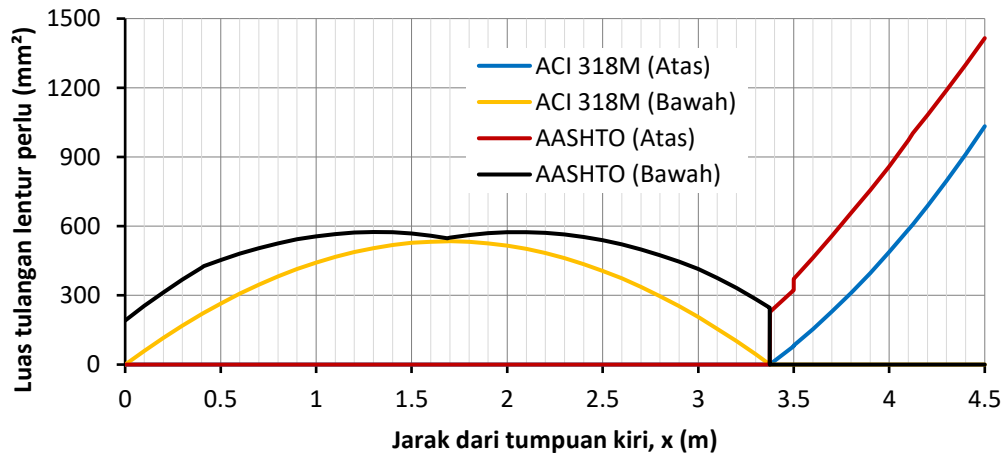
Gambar 11. Perbandingan luas tulangan lentur perlu model A2 ($P = 102,2$ kN)



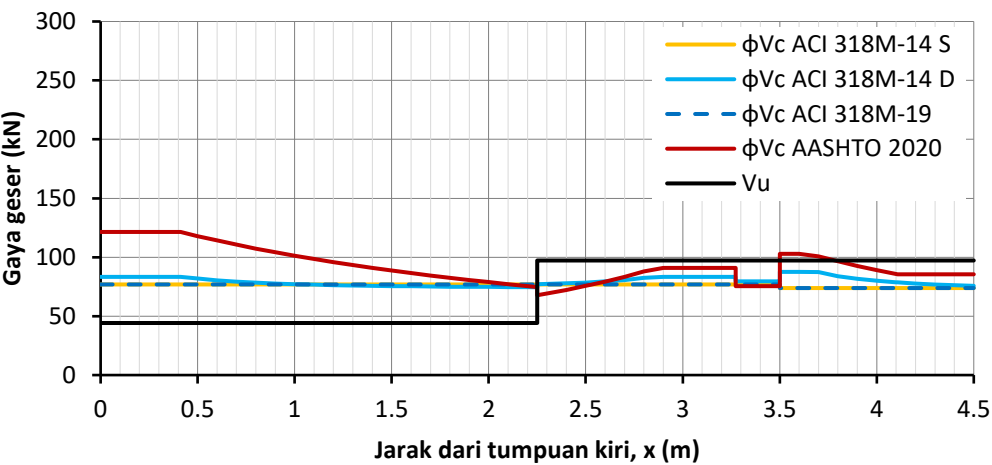
Gambar 12. Perbandingan kekuatan geser beton model B1 ($q = 60 \text{ kN/m}$)



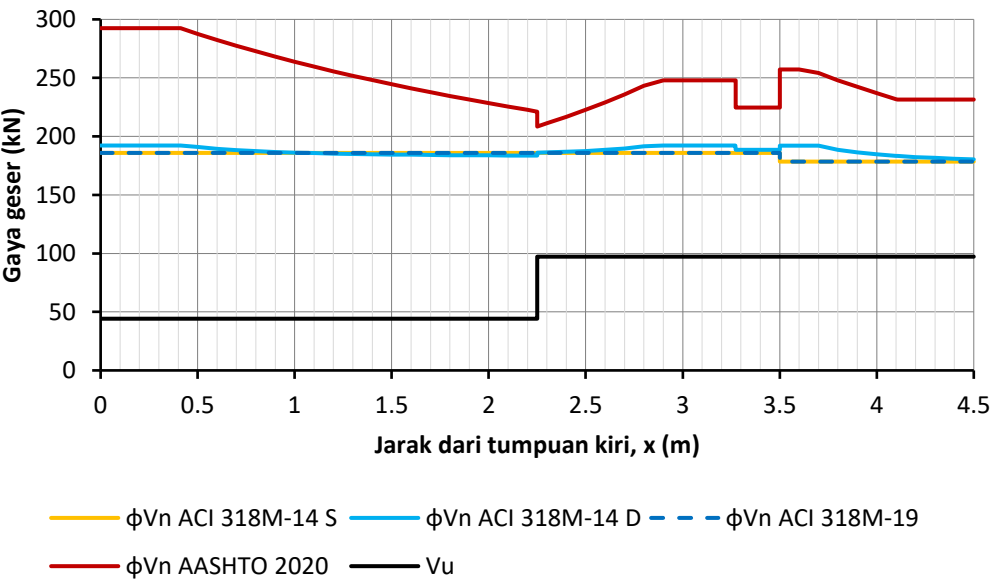
Gambar 13. Perbandingan kekuatan geser desain model B1 ($q = 60 \text{ kN/m}$)



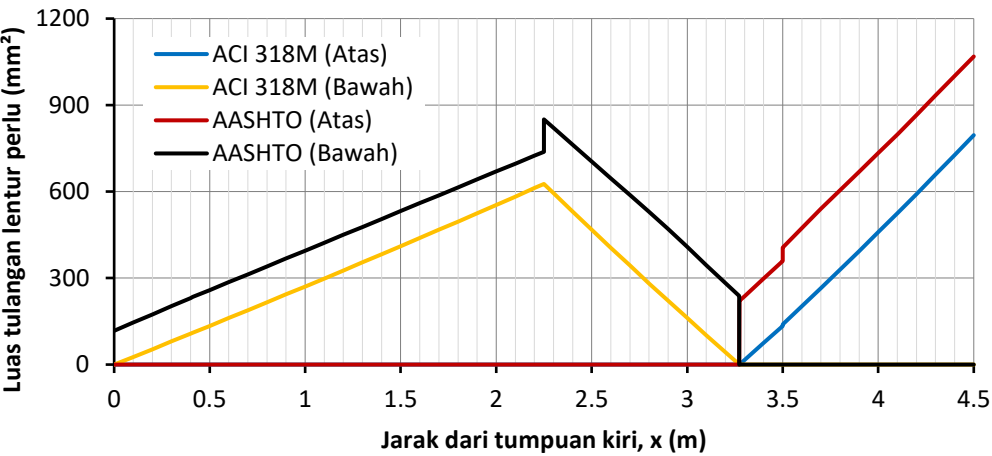
Gambar 14. Perbandingan luas tulangan lentur perlu model B1 ($q = 60 \text{ kN/m}$)



Gambar 15. Perbandingan kekuatan geser beton model B2 ($P = 141,4\text{ kN}$)



Gambar 16. Perbandingan kekuatan geser desain model B2 ($P = 141,4\text{ kN}$)



Gambar 17. Perbandingan luas tulangan lentur perlu model B2 ($P = 141,4\text{ kN}$)

Meskipun tidak disebutkan secara eksplisit di dalam peraturan, direkomendasikan untuk menghitung ϕV_c dengan anggapan $A_v < A_{v,min}$ jika spasi sengkang melebihi spasi sengkang maksimum. AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan spasi sengkang maksimum yang lebih tinggi dibandingkan dengan ACI 318M.

Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan kekuatan geser sengkang (ϕV_s) sebesar 1,30 sampai 1,44 ϕV_s ACI 318M. Hal ini dikarenakan metode AASHTO LRFD BDS 2020 tidak menggunakan $\theta = 45^\circ$ seperti pada metode ACI 318M. Pada contoh kasus ini, ϕV_n yang diperoleh dari metode AASHTO LRFD BDS 2020 lebih tinggi dibandingkan yang diperoleh dari metode ACI 318M-14 S, yaitu 1,14 sampai 1,33 ϕV_n ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-200 ($A_v \geq A_{v,min}$) dan 1,03 ϕV_n ACI 318M-14 S di daerah dengan D10-400 ($A_v < A_{v,min}$) meskipun dengan $\phi = 0,75$.

Untuk balok sederhana dengan beban terpusat di tengah bentang (model A2), metode ACI 318M-14 D memberikan ϕV_c sebesar 0,97 hingga 1,08 kali ϕV_c ACI 318M-14 S. Metode ACI 318M-19 memberikan ϕV_c yang sama dengan ACI 318M-14 S. Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c yang lebih kecil sebesar 0,89 sampai $1 \times \phi V_c$ ACI 318M-14 S di 0,9 m tengah bentang. Di daerah lainnya, AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c yang lebih besar hingga 1,51 ϕV_c ACI 318M-14 S di dekat perletakan. Karena gaya geser bernilai konstan sebesar 0,5P di sepanjang bentang, metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan rasio $V_u/\phi V_c$ yang terkecil dari semua metode yang ditinjau. Meskipun demikian, ϕV_n AASHTO LRFD BDS 2020 bernilai paling besar dibandingkan metode lainnya, yaitu sebesar 1,13 sampai 1,54 ϕV_n ACI 318M-14 S. Hal ini terjadi karena θ yang digunakan pada metode AASHTO LRFD BDS 2020 berkisar antara 31° dan $35,8^\circ$ dan ada peningkatan ϕV_s sebesar 30% hingga 55%.

Untuk balok menerus dengan beban merata (model B1), metode ACI 318M-14 D memberikan ϕV_c sebesar 0,94 hingga 1,19 kali ϕV_c ACI 318M-14 S. Metode ACI 318M-19 memberikan ϕV_c yang sama dengan ACI 318M-14 S. Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c sebesar 0,92 sampai 1,34 ϕV_c ACI 318M-14 S dan ϕV_n sebesar 1,16 sampai 1,41 ϕV_n ACI 318M-14 S. Hal ini terjadi karena θ yang digunakan pada metode AASHTO LRFD BDS 2020 berkisar antara $32,4^\circ$ dan $35,7^\circ$ dan ada peningkatan ϕV_s sebesar 30% hingga 55%.

Untuk balok menerus dengan beban terpusat di tengah bentang (model B2), metode ACI 318M-14 D memberikan ϕV_c sebesar 0,97 hingga 1,19 kali ϕV_c ACI 318M-14 S. Metode ACI 318M-19 memberikan ϕV_c yang sama dengan ACI 318M-14 S. Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c sebesar 0,88 sampai 1,58 ϕV_c ACI 318M-14 S dan ϕV_n sebesar 1,12 sampai 1,57 ϕV_n ACI 318M-14 S. Hal ini terjadi karena θ yang digunakan pada metode AASHTO LRFD BDS 2020 berkisar antara $30,8^\circ$ dan $35,7^\circ$ dan ada peningkatan ϕV_s sebesar 29% hingga 57%.

Pada semua model, metode AASHTO LRFD BDS 2020 menghasilkan luas tulangan lentur perlu ($A_{s,req}$) yang lebih besar dibandingkan metode ACI 318M, yaitu sebesar 2,5% untuk model A1, 16% untuk model A2, 37% untuk model B1, dan 36% untuk model B2. Peningkatan $A_{s,req}$ pada model balok menerus lebih besar dibandingkan model balok sederhana karena pada balok menerus, momen lentur maksimum dan gaya geser maksimum ada di lokasi yang sama. Untuk balok sederhana dengan beban merata, peningkatan $A_{s,req}$ relatif kecil karena momen lentur yang besar terjadi pada daerah dengan gaya geser yang kecil.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Metode ACI 318M-19 memberikan kekuatan geser balok (ϕV_c) yang lebih kecil dari metode ACI 318M-14 S hanya saat tulangan transversal minimum tidak dipasang pada balok. Pada kasus yang ditinjau (model A1), penurunan kekuatan geser beton dapat mencapai 35%.
2. Pada model balok yang ditinjau, metode ACI 318M-14 D memberikan ϕV_c sebesar 0,94 sampai 1,19 ϕV_c ACI 318M-14 S dan metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan ϕV_c sebesar 0,83 sampai 1,58 ϕV_c ACI 318M-14 S.
3. Kekuatan geser tulangan transversal (ϕV_s) metode AASHTO LRFD BDS 2020 lebih besar dibandingkan ϕV_s metode ACI 318M dengan rasio sebesar 1,29 hingga 1,57. Hal ini terjadi metode ACI 318M menggunakan $\theta = 45^\circ$, sedangkan metode AASHTO LRFD BDS 2020 memperhitungkan θ berdasarkan regangan tulangan tarik. Pada model balok yang ditinjau, $\theta = 30^\circ$ sampai $35,8^\circ$ diperoleh dari metode AASHTO LRFD BDS 2020.
4. Metode AASHTO LRFD BDS 2020 memberikan kekuatan geser desain (ϕV_n) balok beton yang lebih besar dibandingkan metode ACI 318M-14 dan ACI 318M-19. Pada model balok yang ditinjau, peningkatan ϕV_n ini dapat mencapai 57%.
5. Luas tulangan lentur perlu yang diperoleh dari metode AASHTO LRFD BDS 2020 lebih besar dibandingkan metode ACI 318M karena adanya gaya geser balok. Pada model balok yang ditinjau, peningkatan luas tulangan lentur perlu mencapai 16% untuk balok sederhana dan 37% untuk balok menerus.
6. Berdasarkan hasil analisis, MCFT dapat memberikan kekuatan geser yang lebih tinggi dan hasil desain tulangan geser yang lebih ekonomis dibandingkan dengan metode ACI 318M sehingga cocok diterapkan pada balok beton bertulang yang memikul gaya geser relatif besar. Pengaplikasian MCFT dalam program-program komputer

untuk desain struktur beton bertulang sangat disarankan untuk efisiensi proses desain karena metode MCFT memperhitungkan interaksi gaya geser, momen lentur, dan gaya aksial balok.

DAFTAR PUSTAKA

- American Association of State Highway and Transportation Officials. (2020). *AASHTO LRFD bridge design specifications (9th edition)*.
- ACI Committee 318. (2014). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-14) and commentary (ACI 318RM-14)*.
- ACI Committee 318. (2019). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-19) and commentary (ACI 318RM-19)*.
- Al-Hamrani, A., Alnahhal, W., & Elahtem, A. (2021). Shear behavior of green concrete beams reinforced with basalt FRP bars and stirrups. *Composite Structures*, 277, Article No. 114619. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114619>
- Arezoumandi, M., Drury, J., Volz, J. S., & Khayat, K. H. (2015). Effect of recycled concrete aggregate replacement level on shear strength of reinforced concrete beams. *ACI Materials Journal*, 112(4), 559–568. <https://doi.org/10.14359/51687766>
- Badan Standardisasi Nasional. (2019). *Persyaratan beton struktural untuk bangunan gedung dan penjelasan (SNI 2847:2019)*.
- Bentz, E. C., Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (2006). The simplified MCFT for calculating the shear strength of reinforced concrete elements. *ACI Structural Journal*, 103(4), 614–624.
- Christianto, D., Makarim, C. A., & Tavo (2021). Effect of longitudinal steel reinforcement on shear capacity of SFRC beams without coarse aggregate. *Technology Reports of Kansai University*, 63(1), 6909–6917.
- Christianto, D., Pranoto, W. A., Jusuf, A. H., Kho, D. A., & Tavo (2024). Formulasi faktor modifikasi kuat tarik belah untuk kuat geser beton tanpa agregat kasar. *Jurnal Mitra Teknik Sipil*, 7(2), 663–670. <https://doi.org/10.24912/jmts.v7i2.28994>
- Darwin, D. & Dolan, C. W. (2021). *Design of concrete structures* (Edisi ke enam belas). McGraw-Hill Education.
- Grandić, D., Šćulac, P., & Grandić, I. S. (2015). Shear resistance of reinforced concrete beams in dependence on concrete strength in compressive struts. *Tehnički Vjesnik*, 22(4), 925–934. <https://doi.org/10.17559/TV-20140708125658>
- Jahanzaib & Sheikh, S. A. (2022). Theoretical model for calculating shear strength of fiber reinforced polymer-reinforced concrete beams. *ACI Structural Journal*, 121(5), 51–64. <https://doi.org/10.14359/51740851>
- Kuchma, D. A., Wei, S., Sanders, D. H., Belarbi, A., & Novak, L. C. (2019). Development of the one-way shear design provisions of ACI 318-19 for reinforced concrete. *ACI Structural Journal*, 116(4), 285–295.
- Lee, J. D. (2022). Assessment and simplification of American Association of State Highway and Transportation Officials sectional shear design using V-M interaction diagram. *ACI Structural Journal*, 120(1), 241–251. <https://doi.org/10.14359/51736125>
- Mitchell, D., & Collins, M. P. (1974). Diagonal compression field theory-A rational model for structural concrete in pure torsion. *ACI Journal Proceedings*, 71(8), 396–408.
- Peng, F., Xue, W., & Xue, W. (2020). Database evaluation of shear strength of slender fiber-reinforced polymer-reinforced concrete members. *ACI Structural Journal*, 117(3), 273–281. <https://doi.org/10.14359/51723504>
- Sadeghian, V. & Vecchio, F. (2018, March 25-29). The modified compression field theory: Then and now. In Mitchell, D. & Belarbi, A. (Eds.), *Shear in Structural Concrete (ACI SP-328-3): The Concrete Convention and Exposition* (pp. 3.1–3.20). American Concrete Institute. <https://doi.org/10.14359/51711147>
- Vecchio, F. J. (2000). Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 126(8), 1070–1077.
- Vecchio, F. J. & Collins, M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Structural Journal*, 83(2), 219–231.
- Zhou, L. & Wan, S. (2022). Shear strength of ultra-high-performance concrete beams with small shear span-depth ratios. *ACI Structural Journal*, 119(6), 141–152. <https://doi.org/10.14359/51736110>