

ANALISIS PENGARUH PANJANG PROFIL TERHADAP KEKUATAN *HEXAGONAL CASTELLATED BEAM* DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

Patricia Hutami¹, Leo S. Tedianto², dan Sunarjo Leman³

¹Program Studi Sarjana Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, Jl. Letjen S. Parman No.1 Jakarta
Patricia.325160012@stu.untar.ac.id

²Program Studi Sarjana Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, Jl. Letjen S. Parman No.1 Jakarta
leotedi@gmail.com

³Program Studi Sarjana Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, Jl. Letjen S. Parman No.1 Jakarta
sunarjo.leman@gmail.com

Masuk: 17-01-2020, revisi: 06-02-2020, diterima untuk diterbitkan: 07-02-2020

ABSTRACT

Castellated beam actually was an original IWF beam which is cut by several pattern and welded properly in different part to provide higher profile. There are several factors that impact the strength of castellated beam such as, opening angle, cutting width, profile length, etc. This analysis aims to determine the relationship between profile lengths of castellated beam with the strength that the profile could bear until it fully failed, also observing buckling and failure behaviour on castellated beam using finite element method. This issue is necessary due to the characteristic of steel which easily get buckled. This analysis will be assisted by modelling the castellated beam profile using finite element based program. The profile size is IWF 200x100x5,5x8 which is formed into castellated beam size 300x100x5,5x8 with various lengths such as 4 m, 6 m, 8 m, 10 m, and 12 m. The load applied was concentrated load in the middle of the span, with fixed support on both edges of the beam. The results show that the shorter beam profile provides higher strength, and an extreme buckling phenomenon occurs to the longer beam profile, also the longer beam profile fails due to pre-yielding condition, therefore the failure is caused by geometric fails.

Keywords: castellated beam; profile length; buckling; finite element method.

ABSTRAK

*Castellated beam merupakan baja IWF biasa yang dipotong sedemikian rupa kemudian disambung kembali di bagian yang berbeda menggunakan las, sehingga dihasilkan tinggi profil lebih tinggi dari IWF orisinalnya tanpa harus menambah material. Terdapat banyak faktor yang memengaruhi kekuatan dari *castellated beam*, seperti sudut pemotongan, lebar pemotongan, panjang profil, dll. Analisis ini bertujuan untuk mengetahui hubungan antara panjang profil dengan kekuatan yang dapat diterima profil tersebut hingga runtuh serta melihat pola buckling dan kegagalan yang terjadi dengan metode elemen hingga. Hal ini merupakan sesuatu yang penting untuk diperhatikan berkaitan dengan sifat baja yang mudah mengalami tekuk atau *buckling*. Analisis akan dibantu menggunakan program berbasis elemen hingga. Profil yang digunakan yaitu balok IWF berukuran 200x100x5,5x8 yang dibentuk menjadi *castellated beam* berukuran 300x100x5,5x8 dengan variasi panjang profil 4 m, 6 m, 8 m, 10 m, dan 12 m. Beban merupakan beban terpusat di tengah bentang dengan perletakan pada kedua ujung batang berupa jepit. Hasil analisis menunjukkan bahwa baja dengan panjang profil lebih pendek menghasilkan kekuatan yang lebih tinggi, baja dengan panjang profil lebih panjang cenderung mengalami tekuk yang ekstrim, dan baja dengan profil lebih panjang gagal dalam kondisi baja belum mengalami kelelahan, sehingga kegagalan diakibatkan oleh kegagalan geometris.*

Kata kunci: castellated beam; panjang profil; buckling; metode elemen hingga.

1. PENDAHULUAN

Castellated beam atau balok kastela merupakan balok dengan bukaan pada *web* yang terbuat dari balok *wide flange* (balok I *section*) yang dipotong sesuai dengan pola bukaan, di rangkai ulang, dan di las sehingga membentuk pola bukaan tersebut. Pembentukan *castellated beam* sebenarnya bertujuan untuk menambah tinggi profil dari balok *wide flange* asli. Tinggi *castellated beam* dapat mencapai 50% lebih tinggi daripada balok *wide*

flange aslinya. Hal ini mengakibatkan *section modulus* dari *castellated beam* 2,25 kali lebih besar dari *section modulus* balok *wide flange* asli, sehingga *castellated beam* dapat menahan beban lebih besar tanpa harus mengganti profil *wide flange* dengan profil yang lebih besar dan lebih mahal. Disamping memiliki kelebihan tersebut, rupanya *castellated beam* juga memiliki beberapa kelemahan antara lain, terjadi konsentrasi tegangan dekat lubang dan kapasitas geser berkurang (Duggal, 2007). Selain itu, sesuai dengan karakteristik baja, *castellated beam* juga rawan mengalami tekuk. Dalam perancangan dan perhitungan *castellated beam* terdapat beberapa spesifikasi desain yang memengaruhi kekuatan dan tegangan yang timbul pada *castellated beam* antara lain: lebar pemotongan (e), sudut pemotongan (\emptyset), tinggi pemotongan (h_o), tinggi profil (d_g), distribusi dan jumlah lubang (n), serta panjang bentang profil. Panjang profil berpengaruh besar terutama dalam menentukan kekuatan *castellated beam*, jenis *buckling* yang terjadi, dan pola kegagalan yang dialami *castellated beam*. Pengaruh panjang profil terhadap kekuatan *castellated beam* akan ditinjau berdasarkan kuat lentur dan tekuk dari penampang. Pada penelitian ini analisis yang dihasilkan berupa beban maksimal yang dapat ditahan *castellated beam* dengan variasi panjang profil yang berbeda-beda, jenis *buckling* yang umum terjadi pada *castellated beam*, dan pola kegagalan yang terjadi pada *castellated beam*.

Menurut Demirdjian (1999), terdapat beberapa kegagalan yang harus dicek dalam perencanaan *castellated beam*, antara lain, *Vierendeel or Shear Mechanism*, *Flexural Mechanism*, *Lateral Torsional Buckling*, *Rupture of Welded Joints*, *Web Post Buckling*, *Web Post Buckling Due to Compression*. *Lateral-Torsional-Buckling* biasanya terjadi pada bentang panjang yang tidak memiliki sokongan lateral memadai pada *flange* tekan. Kegagalan ini terjadi karena tegangan tekan pada *flange* tekan menyebabkan defleksi pada balok, sedangkan tegangan tarik pada *flange* tarik memberikan tahanan defleksi. Selain mengalami defleksi vertikal, balok juga mengalami defleksi lateral, karena penampang tidak memiliki sokongan lateral, sehingga tegangan tekan pada *flange* mengakibatkan ketidakstabilan dan timbul defleksi lateral. Ketika balok dibebani, defleksi vertikal dan horizontal terjadi bersamaan akibat tegangan tekan pada *flange* tekan dan tegangan tarik pada *flange* tarik yang memberikan tahanan defleksi vertikal. Defleksi horizontal muncul karena penampang berusaha melepaskan tegangan tekan pada *flange* tekan. Adanya defleksi horizontal mengakibatkan perbedaan tegangan tekan yang terjadi pada *flange* tekan. Hal ini menyebabkan konsentrasi tegangan tekan pada titik belok defleksi horizontal pada *flange* tekan sehingga *flange* tertekuk dan penampang menjadi plastis.

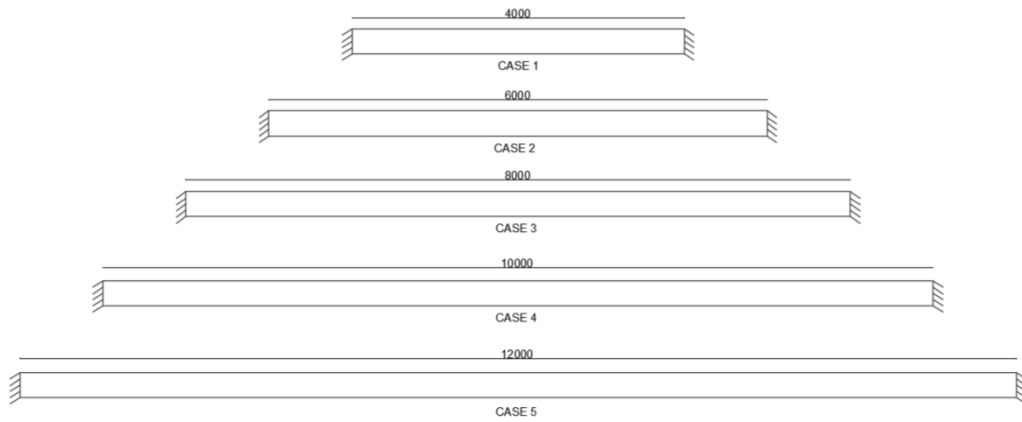
Linear Buckling Analysis atau *Eigenvalue Buckling Analysis* merupakan analisis modal yang cenderung lebih sederhana dan mudah dilakukan, namun hasilnya terbatas. *Linear Buckling Analysis* menghasilkan nilai *buckling load* yang menyebabkan terjadinya *buckling* dan *buckling mode*. *Buckling mode* menampilkan asumsi deformasi struktur akibat *buckling* dalam beberapa mode, namun tidak menunjukkan hasil eksak *displacement* maupun tegangan. Jumlah mode yang ditampilkan dapat ditentukan oleh pengguna dengan jumlah maksimal sejumlah *degree of freedom* struktur tersebut. Pada kebanyakan kasus, hanya mode pertama yang bernilai positif yang terjadi, hal ini dikarenakan mode selanjutnya memiliki nilai yang lebih besar, sehingga tidak sempat tercapai. *Buckling mode* yang ditampilkan berurutan berdasarkan nilai numerikal. *Buckling mode* yang bernilai negatif berarti arah beban yang diasumsikan bekerja harus dibalik ke arah yang berlawanan agar *buckling* terjadi pada struktur. *Eigenvalues* adalah nilai beban ketika *buckling* terjadi. *Eigenvectors* adalah bentuk *buckling* yang berkaitan dengan *eigenvalues*. *Buckling* akan tercapai ketika kekakuan tegangan direduksi oleh beban tekan dari kekakuan elastis sehingga resultan kekakuan struktur turun menjadi nol.

Nonlinear Buckling Analysis merupakan analisis lanjutan dari *Linear Buckling Analysis (Eigenvalue Buckling Analysis)* dengan menambahkan beban yang diaplikasikan secara bertahap dalam beberapa tahap, tidak seperti analisis linear yang mengaplikasikan beban hanya dalam satu tahap. Setiap penambahan beban (*load increment*) turut mengubah bentuk struktur dan kekakuan struktur, sehingga kekakuan struktur harus diperbaharui terus menerus dalam tiap *increment*. Lain halnya dengan *linear buckling analysis* yang tidak memberikan hasil kuantitatif, *nonlinear buckling analysis* dapat menghitung nilai tegangan dan *displacement*. Pada *linear buckling analysis* tidak terdapat ketidaksempurnaan penampang (*imperfections*), namun pada *nonlinear buckling analysis imperfections* diprakarsai oleh ketidaksempurnaan yang disebabkan oleh kesalahan diskritisasi, sehingga membutuhkan model dengan ketidaksempurnaan awal (*initial imperfections*). Jika tidak adanya *imperfections*, maka harus diadakan untuk mengatur timbulnya *buckling*.

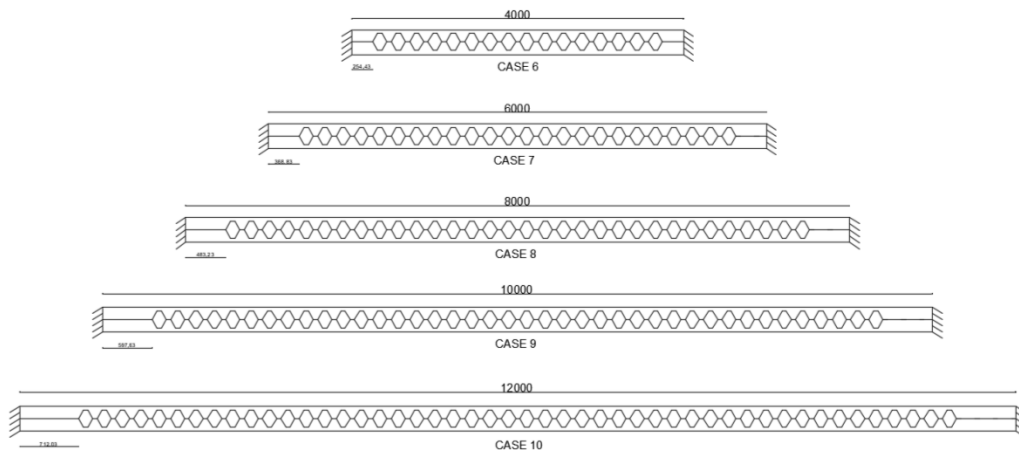
Dalam suatu permodelan struktur yang dibebani, struktur akan mengalami *buckling* ketika *buckling load* tercapai, kemudian *displacement* akan berangsur-angsur bertambah pada beban yang hampir konstan, dan peristiwa *buckling* akan menyebabkan keruntuhan struktural. Dalam permodelan, sumber dari analisis nonlinear dapat berupa ketidaksempurnaan geometris ataupun material leleh (*yielding*). Analisis nonlinear akibat material atau tegangan leleh biasanya dilakukan dalam keadaan plastis keseluruhan, dimana beban sudah konstan, menuju kehancuran struktur sehingga struktur tidak memiliki kekuatan untuk menahan beban.

Permodelan dalam penelitian ini akan menggunakan metode elemen hingga dengan bantuan program computer berbasis elemen hingga. Dalam penelitian ini terdapat 10 kasus yang akan ditinjau untuk mengetahui pengaruh

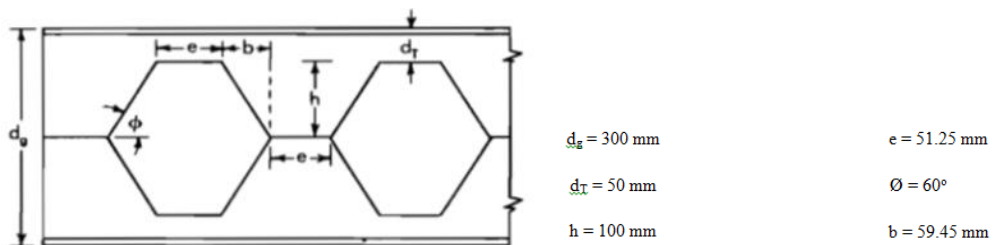
panjang profil terhadap kekuatan *castellated beam*. Kasus 1 sampai dengan Kasus 5 merupakan *IWF Beam* ukuran 200 x 100 x 5,5 x 8, sedangkan Kasus 6 sampai dengan Kasus 10 merupakan *Castellated Beam* ukuran 300 x 100 x 5,5 x 8. Sketsa permodelan kasus tersebut dapat dilihat pada Gambar 1, Gambar 2, Tabel 1, dan Gambar 3.



Gambar 1. Sketsa permodelan kasus 1 sampai kasus 5



Gambar 2. Sketsa permodelan kasus 6 sampai kasus 10

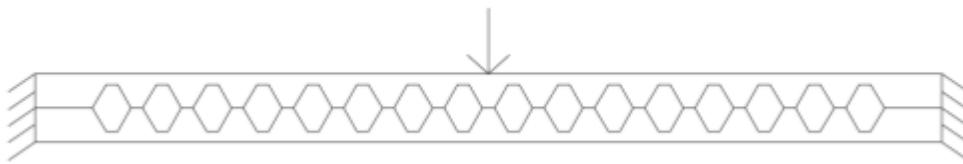


Gambar 3. Sketsa spesifikasi lubang

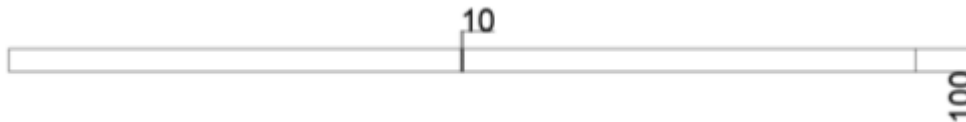
Tabel 1. Data permodelan

No	L (mm)	N lubang	Ls (mm)	L/Ls
1	4000	16	254,425	0,06
2	6000	24	368,825	0,06
3	8000	32	483,225	0,06
4	10000	40	597,625	0,06
5	12000	48	712,025	0,06

Castellated Beam akan dikerjakan dengan asumsi perletakan pada kedua ujungnya *fixed* atau jepit yang akan mengunci *displacement* arah 1, 2, 3 dan putaran sudut arah 1, 2, 3. Pembebanan merupakan beban terpusat di tengah bentang dengan dimensi pelat 10x100 mm. Skema pembebanan dapat dilihat pada Gambar 4 dan Gambar 5.



Gambar 4. Tampak samping skema pembebanan



Gambar 5. Tampak atas skema pembebanan

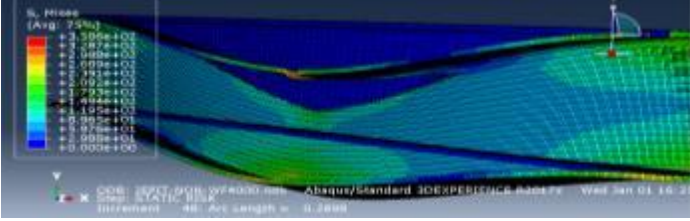
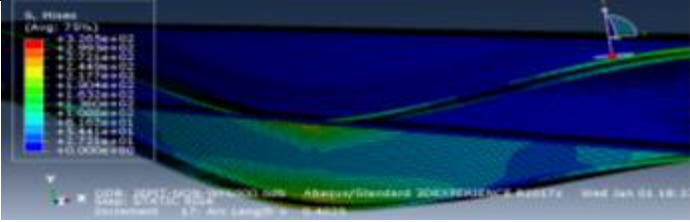
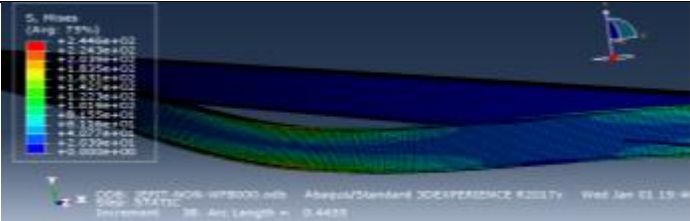
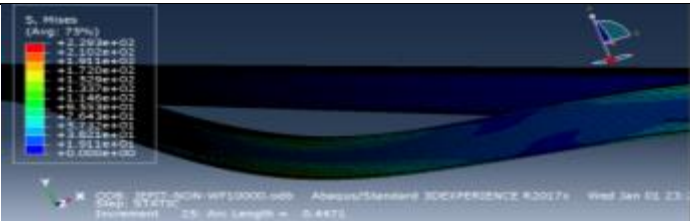
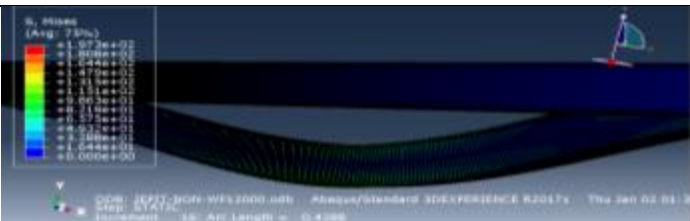
Permodelan material bersifat homogen pada seluruh penampang *IWF beam* dan *castellated beam* dengan memperhitungkan berat sendiri profil (*density*: 7,85 E-09 N/mm³). Material yang digunakan berupa baja, sehingga *Young's modulus* diambil 200000 MPa dengan *Poisson's ratio* 0.3. Mutu material baja yang diambil SS400 dengan nilai *yield strength* (*fy*) 245 MPa dan *ultimate strength* (*fu*) 400 MPa. Pada *nonlinear analysis*, nilai *yield stress* yang diambil merupakan *true stress* dari material SS400 yaitu 245,3001; 365,5926; 493 sedangkan nilai *plastic strain* yang diambil merupakan *true plastic strain* dari material SS400 yaitu 0; 0,065246; 0,20658.

Pada penelitian ini digunakan elemen tiga dimensi atau *solid* berbentuk pentahedron karena lebih tidak sensitif terhadap distorsi. Pemilihan elemen *solid* dikarenakan elemen *solid* merupakan permodelan yang lebih realistis, tidak terdapat penyederhanaan geometri, sehingga mesh yang dihasilkan menyerupai objek asli. Di samping memiliki beberapa kelebihan, elemen *solid* juga memiliki beberapa kekurangan yakni permodelan menjadi lebih kompleks dengan jumlah nodal lebih banyak, sehingga membutuhkan waktu, tenaga, memori komputasi lebih tinggi. Tingkat orde elemen yang digunakan adalah *first order element*, yaitu berupa elemen linear dimana operasi interpolasi linear dilakukan pada tiap ujung nodal agar diperoleh nilai pada setiap posisi diantara nodal yang ada. Integrasi elemen bersifat *full integration element*, yakni integrasi elemen yang menggunakan keseluruhan nodal untuk membentuk matriks kekakuan, massa, dan beban. Bentuk *meshing* yang digunakan adalah *wedge, meshing* ini memiliki bentuk serupa *hexahedron* namun berbentuk segitiga. *Wedge* tidak mudah terdistorsi sehingga menghasilkan permodelan yang lebih baik. *Wedge* biasanya digunakan pada model dengan adanya bukaan atau model yang memiliki bagian tidak rata. Kesimpulannya, jenis elemen yang digunakan adalah C3D6.

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

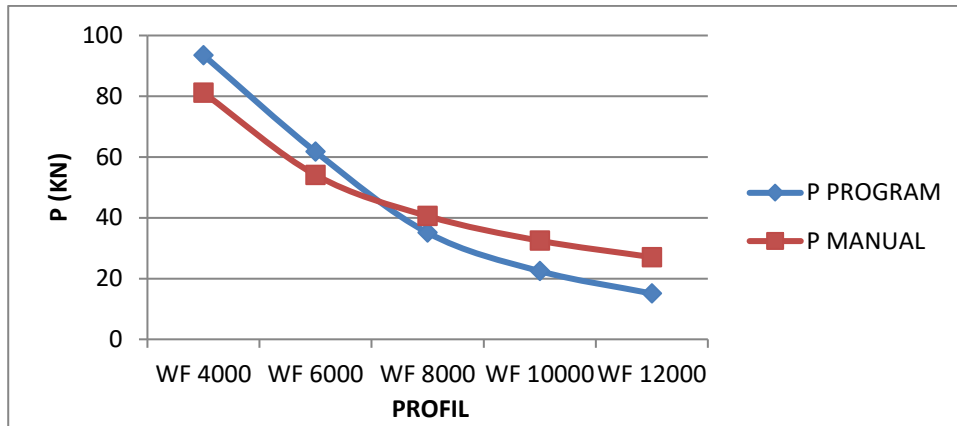
Pada Tabel 2, Tabel 3, dan Gambar 6 akan ditampilkan analisis permodelan *IWF beam*, sedangkan pada Tabel 4, Tabel 5, dan Gambar 7 akan ditampilkan analisis permodelan *castellated beam*.

Tabel 2. Analisis *IWF beam*

L (m)	Bentuk Buckling	Kegagalan	Pmax (kN)	
			Manual	Program
4		LTB	81,144	93,0522
6		LTB	54,096	61,7501
8		LTB	40,572	35,0733
10		LTB	32,4576	22,443
12		LTB	27,048	15,082

Tabel 3. Beban Maksimal pada *IWF Beam*

	P MAKSIMUM (KN)		SELISIH (%)	TEGANGAN (MPa)	MOMEN PLASTIS TGH (KNM)
	PROGRAM	MANUAL			
WF 4000	93,5022	81,144	15,22996155	358,6	46,7511
WF 6000	61,7501	54,096	14,14910529	326,5	46,312575
WF 8000	35,0733	40,572	13,55294292	244,6	35,0733
WF 10000	22,443	32,4576	30,85440698	229,3	28,05375
WF 12000	15,082	27,048	44,23986986	197,3	22,623

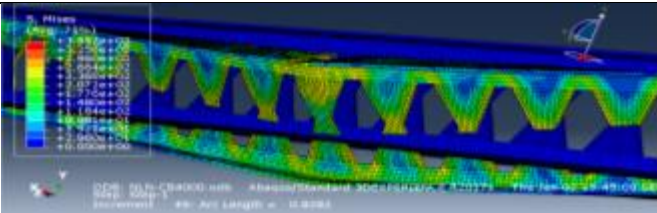
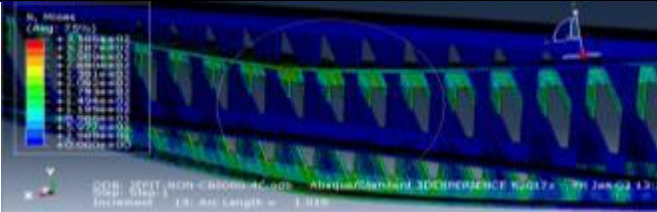
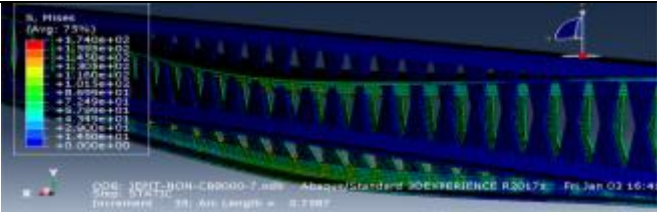


Gambar 6. Grafik perbandingan beban maksimum IWF beam

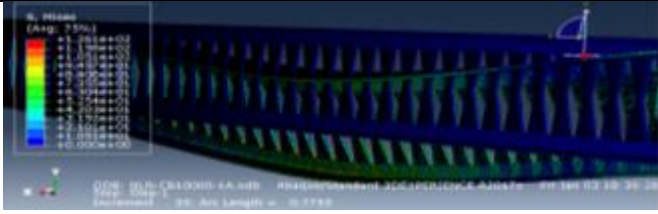

IWF beam dengan panjang 4 m dan 6 m mengalami kegagalan dalam fase *near ultimate* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 248,675 MPa hingga 365,5926 MPa (WF4000 = 358,6 MPa; WF6000 = 326,5 MPa). Hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih kecil dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan manual hanya memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase setelah *yield*.

IWF beam dengan panjang 8 m, 10 m, dan 12 m mengalami kegagalan dalam fase *yield* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 0 hingga 245,3001 MPa (WF 8000 = 244,6 MPa; WF 10000 = 229,3 MPa; WF 12000 = 197,3 MPa). Hal ini menyebabkan hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih besar dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan manual memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase sebelum *yield*.

Tabel 4. Hasil analisis *castellated beam*

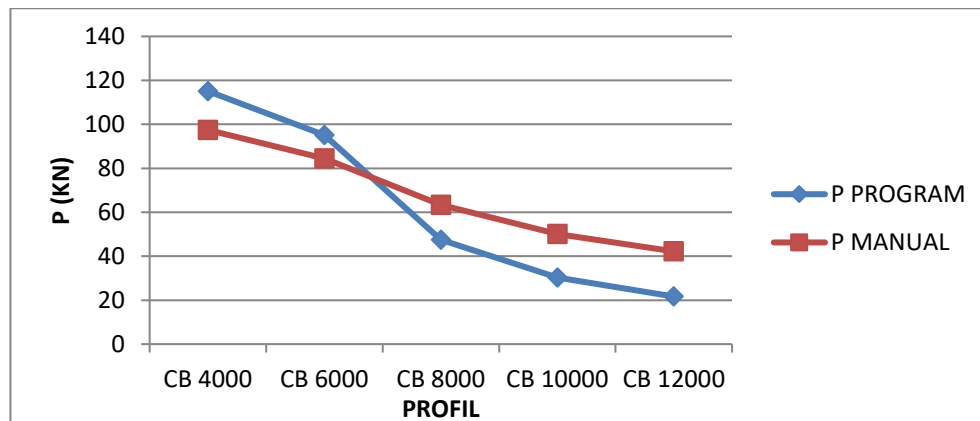
L (m)	Bentuk Buckling	Kegagalan	Pmax (kN)	
			Manual	Program
4		LTB	97,4482	115,0998
6		LTB	84,4074	95,0716
8		LTB	63,3056	47,4647

Tabel 4. Hasil analisis *castellated beam* (Lanjutan)

L (m)	Bentuk Buckling	Kegagalan	Pmax (kN)	
			Manual	Program
10		LTB	50,0444	30,2521
12		LTB	42,2037	21,6588

Tabel 5. Beban maksimal pada *castellated beam*

	P MAKSIMUM (KN)		SELISIH (%)	TEGANGAN (MPa)	MOMEN PLASTIS TGH (KNM)
	PROGRAM	MANUAL			
CB 4000	115,0998	97,4482	18,11382868	355,2	57,5499
CB 6000	95,0716	84,4074	12,63420032	358,6	71,3037
CB 8000	47,4647	63,3056	25,02290477	173,6	47,4647
CB 10000	30,2521	50,0444	39,54948006	125,6	37,815125
CB 12000	21,6588	42,2037	48,68032898	104,9	32,4882



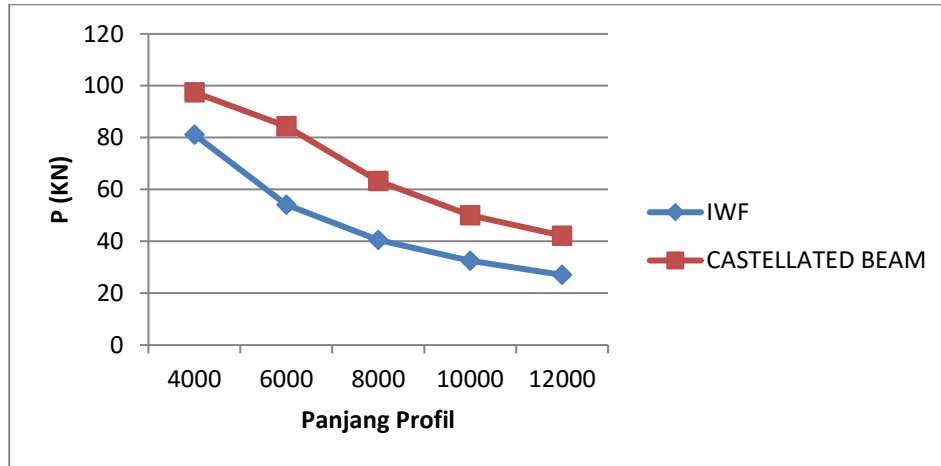
Gambar 7. Grafik perbandingan beban maksimum *castellated beam*

IWF beam dengan panjang 4 m dan 6 m mengalami kegagalan dalam fase *near ultimate* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 248,675 MPa hingga 365,5926 MPa (WF4000 = 355,2 MPa; WF6000 = 358,6 MPa). Hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih kecil dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan manual hanya memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase setelah *yield*.

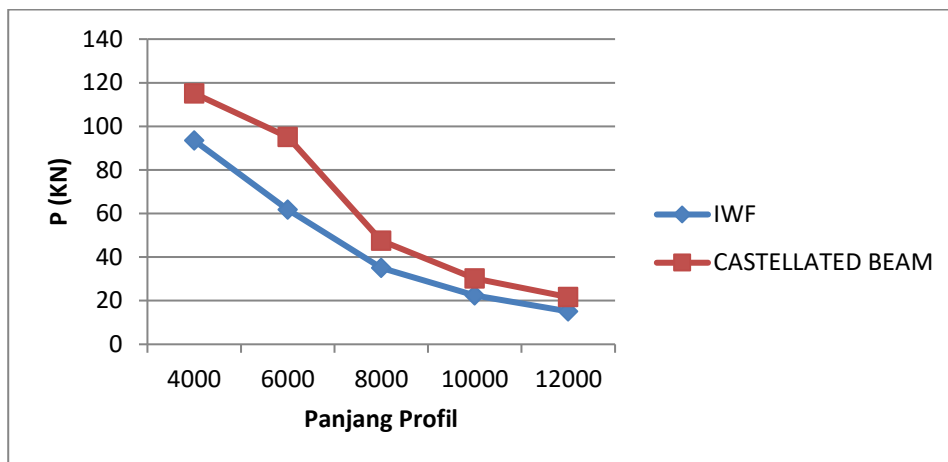
IWF beam dengan panjang 8 m, 10 m, dan 12 m mengalami kegagalan dalam fase *yield* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 0 hingga 245,3001 MPa (WF 8000 = 173,6 MPa; WF 10000 = 125,6 MPa; WF 12000 = 104,9 MPa). Hal ini menyebabkan hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih besar dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan

manual memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase sebelum *yield*.

Gambar 8 dan Gambar 9 akan menampilkan perbandingan beban maksimum yang dapat ditanggung oleh *IWF beam* dan *castellated beam* dengan dua metode yakni perhitungan manual dan analisis menggunakan program berbasis elemen hingga.



Gambar 8. Grafik perbandingan beban maksimum *IWF beam* dan *castellated beam* (manual)



Gambar 9. Grafik perbandingan beban maksimum *IWF beam* dan *castellated beam* (program)

Berdasarkan kedua grafik diatas, *castellated beam* memiliki ketahanan terhadap beban lebih besar dibandingkan *IWF beam*, karena *castellated beam* memiliki tinggi profil lebih besar yang berbanding lurus dengan momen inersia yang lebih besar sehingga menghasilkan kekuatan yang lebih besar pula.

Seluruh model yang dianalisis mengambil perilaku *buckling* berupa *deformed shaped* dan nilai *eigenvalue* dari *eigenmode* pertama, karena *eigenvalue* mode selanjutnya lebih besar sehingga *eigenmode* pertama yang akan terjadi lebih dahulu. Seluruh model mengalami *Lateral Torsional Buckling*, karena terjadi deformasi lentur pada penampang serta penampang bergeser dari tempat semula. *Lateral Torsional Buckling* yang dialami seluruh penampang bersifat *Elastic LTB* ($L_b > L_r = 3713,1407$ mm pada *IWF beam* dan $3198,1893$ mm pada *castellated beam*) sehingga deformasi yang terjadi akibat *buckling* bersifat sementara dan profil dapat kembali ke bentuk semula. Namun *buckling* yang terjadi pada *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang elemen lebih panjang lebih ekstrim jika diamati secara kualitatif dibandingkan dengan *IWF beam* maupun *castellated beam*

dengan panjang elemen lebih pendek. Hal ini dikarenakan elemen yang lebih panjang cenderung lebih tidak kaku sehingga *buckling* lebih mudah terjadi pada elemen panjang.

3. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan dalam penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang elemen lebih pendek memiliki ketahanan terhadap beban tinggi dibandingkan *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang elemen lebih panjang.
2. *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang 4 m dan 6 m mengalami kegagalan dalam fase *near ultimate* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 248,675 MPa hingga 365,5926 MPa. Hal ini menyebabkan hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih kecil dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan manual hanya memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase setelah *yield*.
3. *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang 8 m, 10 m, dan 12 m mengalami kegagalan dalam fase *yield* yaitu ketika *true stress* pada saat gagal berada diantara 0 hingga 245,3001 MPa. Hal ini menyebabkan hasil penghitungan beban maksimal dengan rumus lebih besar dibandingkan beban maksimal hasil permodelan dengan program berbasis elemen hingga karena penghitungan manual memperhitungkan sampai kondisi *yield* (tegangan leleh; f_y), sedangkan elemen mengalami kegagalan pada fase sebelum *yield*.
4. *Buckling* yang terjadi pada *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang elemen lebih panjang lebih ekstrim jika diamati secara kualitatif dibandingkan dengan *IWF beam* maupun *castellated beam* dengan panjang elemen lebih pendek.
5. *Buckling* yang terjadi pada semua penampang termasuk dalam *Lateral Torsional Buckling*, karena torsi ekstrim terjadi pada bagian *flens* atas dan *web*, sedangkan *flens* bawah mengalami torsi lebih ringan.
6. *Lateral Torsional Buckling* yang dialami seluruh penampang bersifat *Elastic LTB* ($L_b > L_r$) sehingga deformasi yang terjadi akibat *buckling* bersifat sementara dan profil dapat kembali ke bentuk semula.

Saran

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan dalam penelitian ini, penulis memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Pembebanan yang diberikan dapat lebih bervariasi seperti, mengubah beban terpusat menjadi beban merata sepanjang bentang, mengubah dan menambah letak pembebanan, mengkombinasikan pembebanan lentur dan aksial.
2. Perletakan dapat dicoba menggunakan sendi-rol ataupun jepit bebas (kantilever).

DAFTAR PUSTAKA

Demirdjian, Sevak. *Stability of Castellated Beam Webs*. Thesis. McGill University. Montreal, 1999.
Duggal, S.K., *Design of Steel Structure*. New York: The McGraw-Hill Companies, 2010.

