

PERANCANGAN BAGAN KENDALI MULTIVARIATE DENGAN METODE T^2 HOTELLING UNTUK IPK DAN LAMA STUDI MAHASISWA TI UNIVERSITAS TARUMANAGARA

Deven Austin¹, Manatap Dolok Lauro², Dyah Erny Herwindiati³

³ Program Studi Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Informasi, Universitas Tarumanagara,
Jln. Letjen S. Parman No. 1, Jakarta, 11440, Indonesia
E-mail: ¹devenaustinnn@yahoo.com, ²manataps@fti.untar.ac.id, ³dyahh@fti.untar.ac.id

Abstrak

Bagan kendali merupakan bagan yang digunakan untuk memonitor pergeseran proses dengan asumsi distribusi normal harus dipenuhi. Pada pembuatan bagan kendali ini digunakan metode T^2 Hotelling karena data yang digunakan adalah data multivariate. Didalam bagan kendali terdapat Upper Control Limit (UCL) yang dijadikan batasan untuk menentukan data terkontrol atau tidak. Hasil dari bagan kendali berupa plot grafik yang melambangkan tiap individu mahasiswa. Hasil data bagan kendali dilanjutkan dengan analisis kapabilitas proses untuk mengetahui kualitas dari tiap mata kuliah yang dijadikan penelitian. Hasil analisis kapabilitas proses terbaik terdapat pada tahun 2012, kemudian menurun di tahun 2013, dan sedikit meningkat pada tahun 2014.

Kata kunci - analisis kemampuan proses, bagan kendali, statistic process control, T^2 Hotelling.

Abstract

Chart of control is a chart used to monitor process with assuming normal distribution must be fulfilled. In making this control chart the T^2 Hotelling method is used because the data used is multivariate data. In the control chart has Upper Control Limit (UCL) which is used as a limit to determine whether the data is controlled or not. The results of the control chart are graphical plots that represent each individual student. The results of the control chart data are followed by process capability analysis to determine the quality of each subject used as a study. The best results from process capability analysis was found in 2012, then decreased in 2013, and slightly increased in 2014.

Keywords - Process Capability Analysis, Control Chart, Statistic Process Control T^2 Hotelling.

1. PENDAHULUAN

Dalam pengendalian kualitas terdapat suatu metode statistika yang dapat membantu dalam melihat apakah suatu proses di bawah kendali atau sebaliknya, metode tersebut adalah *Statistical Process Control* (SPC). SPC adalah suatu metode yang digunakan untuk memonitor sebuah proses dalam mengidentifikasi penyebab variasi dan memperbaiki proses.[1] SPC

sendiri berdasarkan jumlah variabelnya dibedakan menjadi dua macam, yaitu *univariate statistical process control* (statistik pengendali proses univariat), yaitu hanya ada satu variabel yang berpengaruh terhadap proses. Kemudian ada *multivariate statistical process control* (statistik pengendali proses multivariat) yang melibatkan lebih dari satu variabel yang memiliki pengaruh terhadap proses. Dalam penelitian ini penulis akan membahas data berdasarkan nilai IPK, lama studi, dan 5 mata kuliah. Berdasarkan karakteristik tersebut, maka dalam penelitian ini menggunakan *Multivariate Statistical Process Control* (MSPC) dengan peta kendali T² Hotelling karena melibatkan tujuh buah variabel.

Penulis juga menganalisis kapabilitas proses berupa 5 mata kuliah yang dijadikan penelitian. Kapabilitas ini untuk melihat kualitas dari tiap mata kuliah yang dijadikan penelitian. Mata kuliah ini akan dinilai kualitasnya berdasarkan nilai mean dan standar deviasi atau keseragaman data. Dalam kapabilitas proses terdapat nilai standar agar dapat mengetahui proses yang dilakukan sudah baik atau belum.

2. METODE PENELITIAN

Dalam pembuatan aplikasi klasifikasi citra batik Indonesia dan Malaysia dilakukan berdasarkan metode yang ada seperti yang dijelaskan di bawah ini.

2.1. Uji Normalitas Multivariate

Pengujian yang dilakukan dengan tujuan untuk menilai sebaran data pada sebuah kelompok data atau variabel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal atautidak. Berikut adalah tahapan pemeriksaan uji normalitas *multivariate* menurut Johnson dan Wichern dalam jurnal Abdullah tahapan dari pembuatan q-q plot ini adalah sebagai berikut:[2]

1. Membuat vektor rata-rata setiap variabel.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=0}^n X_i}{n} \quad (1)$$

Keterangan:

\bar{X} = rata-rata

i = jumlah iterasi

X_i = nilai data

n = jumlah data

2. Menentukan nilai matriks varian kovarian.

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' \quad (2)$$

Keterangan:

S = matriks varian kovarian

n = jumlah data

X_i = nilai setiap variabel

\bar{X} = vektor rata-rata variabel

3. Menghitung nilai jarak Mahalanobis setiap titik dengan vector rata-rata, berikut adalah cara menentukan nilainya:

$$d_i^2 = (X_{ij} - \bar{X}_j)' S^{-1} (X_{ij} - \bar{X}_j) \quad (3)$$

4. Urutkan nilai dari kecil ke besar :

$$d_{1}^2 \leq d_{2}^2 \leq d_{3}^2 \leq \dots \leq d_{n}^2 \quad (4)$$

5. Buat scatter-plot dengan nilai d_i^2 yang diurutkan.
6. Jika scatter-plot ini cenderung membentuk garis lurus dan lebih dari 50% nilai $d_i^2 \leq x_{k,0.50}^2$ maka data berdistribusi normal multivariat. Nilai $x_{k,0.50}^2$ didapat dari tabel chi-square.

2.2. Perhitungan T^2 Hotelling

T^2 Hotelling merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengontrol pergeseran proses untuk kasus multivariat berdasarkan pengamatan individual. Selain pergeseran proses, pergeseran variabilitas juga perlu dikontrol.[3]

Hasil uji T^2 Hotelling ini akan dijadikan sebagai titik data. Perhitungan T^2 Hotelling dibagi menjadi 2 tahap yaitu tahap pertama adalah tahap pembuatan bagan kendali dan tahap kedua adalah tahap pengujian data yang ingin diuji. Tahap pembuatan bagan kendali menggunakan data tahun 2013 dan 2014 dengan nilai mahasiswa yang sudah lulus, sehingga tidak ada bobot nilai dibawah 2. Kemudian tahap pengujian data menggunakan data tahun 2012, 2013, dan 2014 dengan menggunakan data sebenarnya atau nilai mahasiswa yang didapatkan pertama kali saat mengikuti pembelajaran mata kuliah. Pembuatan bagan kendali dan pengujian T^2 Hotelling menggunakan rumus yang sama, bedanya adalah saat pembuatan bagan kendali akan dihasilkan 3 buah parameter yaitu mean, invers, dan UCL. Ketiga parameter ini akan diambil dan digunakan untuk pengujian data baru yang ingin diuji. Berikut adalah tahapan-tahapan perhitungan T^2 Hotelling:

1. Mencari nilai mean dari setiap karakteristik yang digunakan.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=0}^n X_i}{n} \quad (5)$$

Keterangan:

\bar{X} = rata-rata

i = jumlah iterasi

X_i = nilai data

n = jumlah data

2. Mencari nilai invers varian kovarian.

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' \quad (6)$$

Keterangan:

S = matriks varian kovarian

n = jumlah data

X_i = nilai setiap variabel

\bar{X} = vektor rata-rata variabel

Setelah mendapatkan matriks varian kovarian, maka dilakukan invers terhadap matriks varian kovarian. Berikut adalah rumus invers matriks[4]:

$$S^{-1} = \frac{1}{\det(S)} \text{Adj}(S) \quad (7)$$

Keterangan:

S^{-1} = invers matriks(S)

$\det(S)$ = determinan matriks(S)

$\text{adj}(S)$ = adjoin matriks(S)

3. Mencari nilai UCL untuk dijadikan batasan pada bagan kendali. Hasil hitung Upper Control Limit (UCL) ini akan digunakan sebagai titik acuan untuk memonitor apakah nilai dari data

T^2 Hotelling termasuk didalam batas kontrol atau di luar batas kontrol. Data T^2 Hotelling disebut keluar batas kontrol jika nilai data lebih besar dari nilai UCL. Berikut adalah rumus perhitungan UCL[5]:

$$UCL = \frac{(n-1)^2}{n} \beta_{\alpha, \frac{k}{2}, \frac{(n-k-1)}{2}} \quad (8)$$

Keterangan:

β_{α} = distribusi beta dengan derajat bebas α

n = banyaknya data

k = banyaknya variabel

4. Menghitung T^2 Hotelling. Hasil hitung T^2 Hotelling berupa plot grafik yang melambangkan setiap individu mahasiswa, jika plot melewati UCL maka data disebut outlier. Berikut rumus menghitung T^2 Hotelling[5]

$$T_i^2 = (X_{ij} - \bar{X}_j)' S^{-1} (X_{ij} - \bar{X}_j) \quad (9)$$

Keterangan:

T_i^2 = nilai T^2 untuk setiap pengamatan ke-i

X_i = nilai setiap variabel

\bar{X} = vector rata-rata variabel

S^{-1} = invers matriks varian kovarian

2.3 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses merupakan suatu tahapan yang harus dilakukan ketika melakukan pengendalian kualitas proses.[7] Hasil pengujian kapabilitas proses menggunakan parameter Pp dan Ppk. Parameter Pp adalah indeks kemampuan untuk menilai lebar penyebaran proses terhadap lebar spesifikasi. Ppk adalah indeks kemampuan untuk mengetahui kualitas berdasarkan mean dan standar deviasi. Berikut adalah rumus perhitungan Analisis Kapabilitas Proses[6]:

$$Pp = \frac{BSA - BSB}{6\sigma} \quad (9)$$

$$Ppu = \frac{BSA - \mu}{3\sigma} \quad (10)$$

$$Ppl = \frac{\mu - BSB}{3\sigma} \quad (11)$$

$$Ppk = \min(Ppu, Ppl) \quad (12)$$

Keterangan:

BSA = Batas Spesifikasi Atas

BSB = Batas Spesifikasi Bawah

σ = Standar Deviasi

μ = Rata-rata

Pp = Rasio Kemampuan Proses

Ppu = Indeks Kemampuan Atas

Ppl = Indeks Kemampuan Bawah

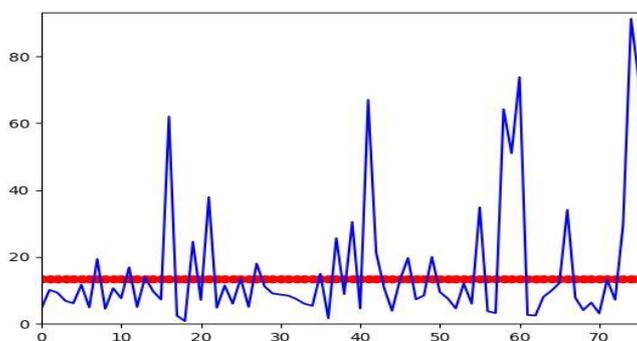
Ppk = Indeks Kemampuan Proses

Kriteria penilaian Pp dan Ppk, jika Pp dan Ppk ≥ 1 maka kapabilitas proses dikatakan baik, jika Pp dan Ppk < 1 maka kapabilitas proses dikatakan tidak ba

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pengujian T^2 Hotelling

Pada pembuatan bagan kendali dilakukan pengujian distribusi normal multivariate, diperoleh bahwa data yang digunakan adalah data berdistribusi normal. Data yang digunakan untuk pembuatan bagan kendali adalah data tahun 2013 dan 2014 dengan nilai mahasiswa yang sudah lulus. Sehingga bobot nilai yang digunakan dalam pembuatan bagan tidak ada yang dibawah 2. Kemudian dilakukan pengujian dari bagan kendali yang sudah dibuat. Pengujian dilakukan dengan data tahun 2012, 2013, 2014. Data yang digunakan adalah data yang sebenarnya atau data awal mahasiswa saat pertama kali mendapatkan nilai sebelum perbaikan jika bobot nilai yang didapatkan belum lulus. Hasil pengujian bagan kendali dan analisis kapabilitas proses dari tahun 2012, 2013, dan 2014.



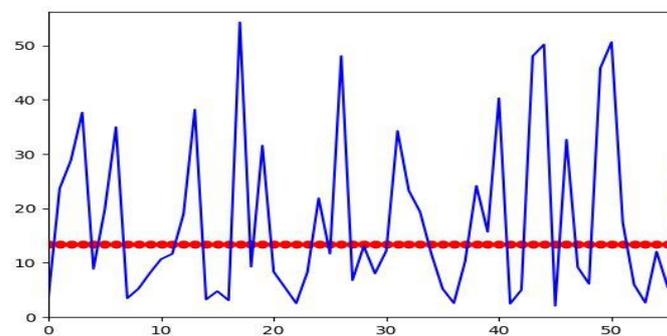
Gambar 1 Pengujian Data Tahun 2012

Tabel 1 Data tahun 2012

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
3.12	8	1.27	3.36	2.89	2.06	2.29
3.07	9	2.46	1.82	2.03	0.95	2.02
3.44	8	2.99	2.66	2.08	3.03	1.74
3.05	12	1.92	2.68	1.28	1.66	2
3.1	8	2.84	1.52	1.28	1.11	3.68
3.26	9	3.42	1.27	1.26	2.15	1.09
3.52	9	3.06	2.31	2.5	2.56	4
3.09	8	2.09	1.27	1.6	1.42	2.28
3.34	8	2.58	2.37	3.4	1.22	3.57
3.03	9	2.68	0.86	1.38	1.03	1.8
3.21	8	0.87	2	2.77	1.6	2.96
3.3	10	1.74	2.24	2.73	0.66	0.83
3.18	8	4	2.06	2.4	2.34	1.28
3.15	8	1.33	2.24	2.03	1.43	2.73
3.04	8	1.21	2.02	2.03	2.59	2.52
3.06	9	1.6	1.6	2.55	0.26	1.61
2.87	12	0.58	2.38	3.1	0.81	2.37
2.96	12	3.13	3.32	3.23	0.95	3.66

Tabel 1 (lanjutan)

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
3.29	12	4	4	2.11	1.47	4
2.91	10	1.77	2.25	1.09	0.46	1.18
3.04	10	1.9	2.59	2	0.74	1.52
3.32	12	2.1	1.8	2.11	0.64	2.98
3.25	11	2.69	2.07	2	1.03	1.01

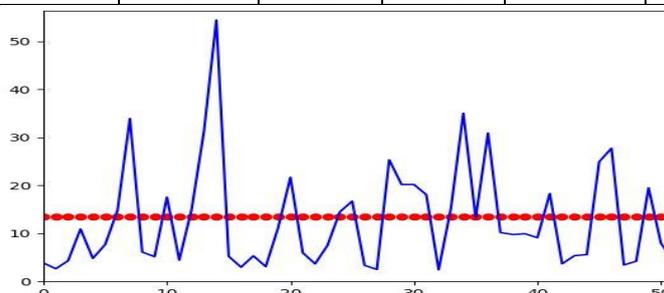


Gambar 2 Pengujian Data Tahun 2013

Tabel 2 Data tahun 2013

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
3.33	9	2.68	2.02	2	1.7	1.75
2.99	10	0.97	2.3	0.95	1.32	2.46
3.19	9	1.69	2.34	2.46	1.09	0.83
3.35	9	1.54	3.47	2.06	2.9	2.85
3.4	8	0.79	2.94	3.32	2.9	3.88
3.11	9	2.13	1.58	1.35	1.52	1.99
2.83	11	1.11	1.09	0.93	0.84	3.24
3	11	1.64	1.09	1.56	1.05	1.5
2.77	10	1.15	0.71	1.38	0.76	1.73
2.88	9	1.49	2.02	2.06	1.03	1.25
2.81	11	1.26	1.42	0.93	1.34	0.98
2.72	11	1	1.55	0.86	0.88	1.96
3.11	10	2.25	1.61	0.94	2.11	3.05
3.07	10	2.82	2.8	1.7	1.26	3.43
3.3	9	1.76	4	2.2	0.84	3.1
3.6	8	2.36	3.15	3.73	1.89	4
3.53	10	1.71	3.21	4	3.18	3.68
3.28	11	3.4	2.59	3.07	0.88	3.04
2.75	11	0.82	0.31	0.31	0.77	2.66

2.98	10	1.82	2.02	2.01	1.8	0.9
2.97	11	0.84	1.39	1.51	1.15	4
3.25	10	2.55	2.79	1.17	1.66	0.74
3.26	9	3	2.39	1.37	2.29	1.94



Gambar 3 Pengujian Data Tahun 2014

Tabel 3 Data tahun 2014

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
3.29	8	3.84	2.31	1.35	2.48	3.02
3.15	8	1.03	2.18	0.86	1.22	1.89
3.35	8	2.75	4	2.81	1.03	2.7
3.26	8	2.58	2.7	2.37	1.52	1.59
3.24	8	1.48	2.84	3.61	0.93	1.79
3.51	8	1.04	2.79	4	0.68	4
3.45	8	3.82	4	1.46	3.61	2.38
3.33	8	2.65	3.64	4	1.53	2.43
3.18	9	1.52	2.2	1.83	2.22	2.57
2.89	9	0.93	2.14	2.01	2.86	2.01
3.1	9	2.11	3.12	3.03	0.94	1.73
3.05	9	2.9	2.09	1.01	0.96	2.68
3.15	9	2.16	2.82	1.41	0.9	2.61
3.08	8	1.89	2.31	2.21	1.12	2.32
3.3	8	1.02	2.04	2.01	1.07	2.72
3.03	9	0.75	1.67	2.02	2.76	2.36
3.2	8	2.31	2.46	2.01	0.91	2.01
3.3	9	2.79	1.68	2.32	1.68	1.66
3.01	9	1.15	2.28	1.05	0.8	1.85
3.18	8	2.39	1.61	2.02	0.88	2.86

Hasil pengujian data untuk tahun 2012, 2013, dan 2014 memiliki data *out of control*, tiap titik dari masing-masing data *out of control* tersebut adalah data individu mahasiswa yang memiliki nilai yang buruk atau nilai mahasiswa dibawah 2 dan dinyatakan tidak lulus mata kuliah. Kemudian dilakukan analisis lanjutan per mata kuliah dengan analisis kapabilitas proses.

3.2. Analisis Kapabilitas Proses

Dalam perhitungan kapabilitas proses terdapat nilai Pp dan Ppk. Nilai Pp bertujuan untuk mencari keseragaman nilai yang didapat, dan nilai Ppk untuk mencari kualitas nilai dari mata kuliah itu sendiri dengan memperhatikan keseragamannya. Hasil nilai Pp, Ppk, dan *Mean* tahun 2012, 2013 dan 2014 dapat dilihat pada **Tabel 4**, **Tabel 5**, dan **Tabel 6** dibawah ini.

Tabel 4 Nilai Pp, Ppk, dan *Mean* tahun 2012

Mata kuliah	Pp	Ppk	<i>Mean</i>
Algoritma Dasar	0.384	0.410	3.067
Aljabar Linier	0.383	0.393	3.025
Statistika I	0.389	0.370	2.951
Algoritma Lanjut	0.336	0.164	2.489
Matematika Diskrit	0.353	0.461	3.304

Tabel 5 Nilai Pp, Ppk, dan *Mean* tahun 2013

Mata kuliah	Pp	Ppk	<i>Mean</i>
Algoritma Dasar	0.315	0.230	2.731
Aljabar Linier	0.342	0.250	2.733
Statistika I	0.296	0.206	2.694
Algoritma Lanjut	0.311	0.148	2.475
Matematika Diskrit	0.323	0.357	3.104

Tabel 6 Nilai Pp, Ppk, dan *Mean* tahun 2014

Mata kuliah	Pp	Ppk	<i>Mean</i>
Algoritma Dasar	0.319	0.324	3.014
Aljabar Linier	0.427	0.440	3.029
Statistika I	0.334	0.331	2.991
Algoritma Lanjut	0.290	0.168	2.580
Matematika Diskrit	0.448	0.415	2.927

Dari perhitungan tabel di atas didapatkan hasil Pp dan Ppk untuk kelima mata kuliah. Data dikatakan kapabel atau baik jika nilai Pp dan Ppk ≥ 1 . Kemudian hasil perhitungan dari kelima mata kuliah tersebut tidak ada yang mendekati nilai 1 dari tahun 2012, 2013, dan 2014. Nilai Pp dan Ppk tahun 2012 memiliki nilai Ppk tertinggi dibandingkan tahun 2013 dan 2014. Ini berarti kurikulum tahun 2012 lebih baik dibanding tahun 2013 dan 2014. Kemudian pada tahun 2013 nilai Ppk menurun pada kelima mata kuliah, kemudian mengalami peningkatan kembali pada tahun 2014 memiliki peningkatan untuk kelima mata kuliah. Sehingga dapat disimpulkan jika proses belajar mengajar pada tahun 2014 lebih baik dibanding tahun 2013. Proses pembelajaran dari kelima mata kuliah perlu ditingkatkan lagi agar nilai Pp dan Ppk dari tiap mata kuliah dapat meningkat.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian dari pembahasan sebelumnya, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut

1. Metode T^2 Hotelling baik untuk mengendalikan proses data *multivariate*. Dalam fase pertama yaitu pembuatan bagan kendali T^2 Hotelling, data yang digunakan harus berdistribusi normal agar saat pengujian hasil yang didapatkan lebih optimal karena parameter yang diambil menjadi lebih bagus untuk dijadikan bagan. Kemudian untuk pengujian T^2 Hotelling, data yang *out of control* adalah data yang memiliki pergeseran proses dari bagan kendali yang sudah dibuat. Contoh pergeseran yang didapatkan adalah data yang nilainya buruk dan semester yang tinggi karena saat pembuatan bagan digunakan data yang memiliki bobot nilai untuk lulus yaitu 2 sampai 4. Kemudian contoh lain adalah nilai individu yang memiliki kesenjangan varian variabel yang cukup tinggi dari bagan kendali dapat terdeteksi, sehingga bagan kendali pada sudah bagus karena sudah mengeluarkan data yang diharapkan yaitu nilai mahasiswa yang kurang dari 2.
2. Pp dan Ppk akan menunjukkan seberapa baik proses belajar mengajar, jika kedua nilai itu tinggi atau ≥ 1 maka kualitas dari mata kuliah tersebut sudah baik. Jika nilainya rendah maka harus ada analisis penyebab nilai yang didapat rendah, hasil perhitungan dari kelima mata kuliah pada tiap tahun mendapatkan nilai Pp dan Ppk kurang dari 1, sehingga kelima mata kuliah harus ditinjau baik dari mahasiswa, jadwal studi, dan cara dosen mengajar.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] MHR ABDULLAH, Penerapan Diagram Kontrol T^2 Hotelling Pada Proses Produksi Kaca, <https://media.neliti.com/media/publications/137388-ID-penerapan-diagram-kontrol-t2-hotelling-p.pdf>, 11 Februari 2019.
- [2] Richard A. Johnson and Dean W. Wichern, 2007, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th Edition, Upper Saddle River, New Jersey.
- [3] Nisa Andini, Tiara Ramadhani, Santi Puteri Rahayu, dan Devi Lindasari, peta kendali multivariat hotelling t untuk pengendalian, https://www.academia.edu/31711532/Pengujian_Normal_Multivariat_dan_Vektor_Mean_pada_Data_Prosentase_Rumah_Tangga_Menurut_Sumber_Mata_Air_Minum_Provinsi_Aceh_dan_Sumatera_Utara_Tahun_2015, 8 April 2019.
- [4] Supriyadi, Pengertian dan Trik Jitu Mencari Invers Matriks Secara Mudah, <https://rumusbilangan.com/invers-matriks/>, 8 April 2019.
- [5] Robert L. Mason, dan John C. Young, 2002, *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, SIAM, Philadelphia.
- [6] Diah Ayu Novitasari, 2015, ANALISIS KAPABILITAS PROSES, *Jurnal Ekbis*, No. 2, Vol. 14, hal. 723-724, <http://journal.unisla.ac.id/pdf/121422015/6%20print%20diah%20ayu%20722-727.pdf>.